MINESEC
LYCEE GENERAL LECLERC
Département de Mathématiques

TRIMESTRE 2 Février 2021
Classes : Tles C
Durée : 4H

EPREUVE DE MATHEMATIQUE

Partie A. EVALUATION DES RESSOURCES 15pts

NB. Pour cette partie, les exercices 1.1 et 1.2 sont au choix. Les exercices 2 et 3 sont obligatoires

Exercice 1.1 : 5pts

Pour tout x de l'intervalle $[0, +\infty[$ On pose $F(x) = \int_0^x ln(1 + e^{-2t})dt$

1. Soit n un entier naturel, Donner une interprétation géométrique de $F(n)$
2. Etudier le sens de variation de F sur l'intervalle $[0, +\infty[$
3. Démontrer que pour tout réel a strictement positif, $\frac{a}{a+1} \leq ln(1 + a) \leq a$
4. Soit x un réel strictement positif, déduire que $\frac{1}{2}ln2 - \frac{1}{2}ln(1 + e^{-2x}) \leq F(x) \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2x}$
5. En admettant que $\lim_{x \to +\infty} F(x) = l$ Montrer que $\frac{1}{2}ln2 \leq l \leq \frac{1}{2}$

Exercice 1.2 : 5pts

Le mur d'une habitation est constitué par une couche de béton et une couche de polystyrène d'épaisseur variable x (x en cm) On a mesuré la résistance thermique R de ce mur pour différentes valeurs de x et on a obtenu les résultats suivants :

x	3	5	7	9	11	13	16	21
R	2,04	2,69	3,06	3,90	4 09	4,72	6 16	6,69

1. Représenter le nuage des points de cette série en prenant x en abscisses et R en ordonnées. Peut- on envisager un ajustement affine ?
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère précédent.
3. Calculer le coefficient de corrélation linéaire et conclure.
4. Déterminer par la méthode des moindres carrées, une équation de la droite de régression de R en x et une équation de la régression de x en R.
5. Quelle résistance thermique peut- on espérer obtenir avec une couche de polystyrène de 23cm ?

Exercice 2 : 5pts

I. Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{p + (p-1)x}$ où p est un réel tel que p> 1.

On considère la suite (u_n) définie par. $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq p$ et étudier la monotonie de(u_n). Que peut-on en déduire

2. a. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, \ |u_{n+1} - p| \leq \frac{p-1}{p}|u_n - p|$

   b. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, |u_n - p| \leq p\left(1 - \frac{1}{p}\right)^n$ et en déduire la limite de (u_n)

II.

1. Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = x5^{3x}$. Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que pour tout réel x, $f''(x) + af'(x) + bf(x) = 0$. En déduire une primitive de f sur IR
2. Démontrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0, \frac{1}{2}]$ on a :

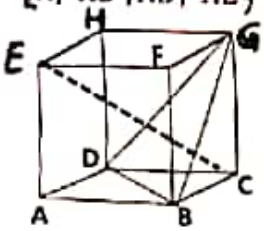
$1 - \frac{x}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{1-x} \leq 1 - \frac{x}{2}$

SHOT ON P33
Scanné avec CamScanner

3. Soit n un nombre entier naturel et le nombre $A_n = n^2(n^2 - 1)$
a. Montre que A_n est divisible par 12.
b. Montrer que $4^{2n} \equiv 1[5]$

Exercice 3 : 5pts

ABCDEFGH est un cube d'arête 1.L'espace est rapporté a un repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$



1a. Déterminer les coordonnées de vecteur $\overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BG}$
b. Déterminer une équation du plan (BGD).
c. Vérifier que la droite (EC) est orthogonale au plan (BGD)
d. Donner une équation de la sphère (S) de centre C et tangente au plan (BGD)
2. A tout réel $a \in [0, 1]$, on associe le point M de coordonnées $(a, a, 1 - a)$
a. Montrer que M est point du segment $[EC]$
b. Déterminer la distance de M à la droite (BD) et trouver a pour qu'elle soit minimale.
3. Soit L le point associé à cette valeur. Vérifier que L est le centre de gravité du triangle BGD
4. Soit h l'homothétie de centre E et de rapport $k \in [0, 1]$
   a. Donner l'expression analytique de h et vérifier que $h(C) = M$
   b. Déterminer une équation de (S') image de (S) par h.

Partie B EVALUATION DES COMPETENCES 4,5pts

M ABOU, chauffeur transporte les ouvriers d'une entreprise d'un carrefour pour le site et utilise généralement 3 voitures de l'entreprise pour le faire. Lorsqu'il prend la première voiture, qui a des bancs de 5 places, une personne reste mais quand il utilise la deuxième voiture qui a des bancs de 7 places 5 personnes restent. Le lundi matin il utilise la troisième voiture qui a des bancs de 2 places et prend tout le monde.

Le comptable de l'entreprise a établi que le gain de l'entreprise en dizaine de millions est $f(x) = 2x - xlnx$ ou x représente le nombre d'années.

Pour encourager les bons ouvriers de chaque mois le Directeur de l'entreprise partage aux méritants chaque mois la somme de 43 000F en plus de leur salaire. Pour obtenir une part de cette somme chaque ouvrier doit accumuler chaque jour des indices. Un indice pour une ouvrière correspond a 800F tandis que pour un ouvrier est à 530F.

1. Quel est le nombre minimum d'ouvriers que M ABOU transporte chaque matin?
2. A quelle date après le début des travaux de l'entreprise, l'entreprise commence à tourner à perte ?
3. Quel est le nombre minimum et maximum d'ouvrières et d'ouvriers que peut primer le Directeur?

Présentation 0,5pt

SHOT ON P33
itel DUAL CAMERA

Scanné avec CamScanner