

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 15,5 points

Exercice 1 : 8pts

I) On rappelle que : $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b)\sin(a-b)]$

1. Linéariser $\cos^3 x$ **1pt**

2. En déduire une linéarisation de $\sin x \cos^3 x$ **1pt**

II) On considère les nombres complexes $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 + 2i$ et $z_3 = -\sqrt{3} + i$.

1) Calculer et mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$z_1 + 2z_2$; $z_1 \overline{z_2}$; $\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_3}$; $(z_1)^6$; $\frac{z_3}{z_2}$ et $|z_2| \overline{|z_1|}$; **6x0.5pt**

2) Ecrire sous forme trigonométrique z_1 et z_3 , puis en déduire la forme trigonométrique de $z_1 z_3$. **1.5pt**

3) Soient A, B et C trois points d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3 .

a) Déterminer l'affixe du barycentre G des points pondérés $(A,2)$; $(B, -1)$ et $(C,3)$. **0.75pt**

b) Calculer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme **0.75pt**

Exercice 2 : 3 pts

Utiliser le raisonnement par récurrence pour montrer que :

1. Pour tout entier $n \geq 1$, on a : $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ **1.5pt**

2. Pour tout entier $n \geq 1$, on a : $\sum_{k=1}^n k2^{k-1} = (n-1)2^n + 1$ **1.5pt**

Exercice 4 : 4.5pts

f est la fonction définie par $f(x) = x^3 + 2x - 6$

1. Etudier les variations de f . **0.5pt**

2. Construire la courbe de f dans un repère orthonormé **0.5pt**

3. Montrer que f est une bijection de $] -\infty; +\infty[$ vers un intervalle à préciser. **0.75pt**

4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbb{R} . **0.75pt**

5. Justifier que $1 < \alpha < 2$ et déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près. **1.5pts**

6. Définir la bijection réciproque f^{-1} de f . **0.5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 04,5 points

Situation :

Le Gain ou la perte d'une entreprise industrielle en millions en fonction de la quantité de tonnes de produits vendus est donné par la fonction $f(t) = t^3 - t - 1$ ou t représente la production en tonnes. Cette entreprise vend entre 0 et 2 tonnes de produits chaque mois. Ayant constaté que pour une certaine quantité de produit vendue il a réalisé une perte, il voudrait savoir s'il existe une certaine quantité de produit vendu qui peut rapporter un certain gain à l'entreprise.

Tâche :

1) Déterminer si elle existe une valeur approchée de la quantité de produit vendu qui peut rapporter un gain de 1 million. **1,5pts**

2) Déterminer si elle existe une valeur approchée de la quantité de produit vendu qui peut rapporter aucun bénéfice. **1,5pts**

3) Déterminer si elle existe une valeur approchée de la quantité de produit vendu qui peut rapporter un gain de 6 millions. **1,5pts**

