



AP

~~AP~~
OK

Épreuve de mathématiques

Exercice 1 (QCM) Dans cet exercice, des questions vous sont posées et des réponses, proposées. Pour chaque question, vous écrirez sur votre copie son numéro suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Question	Réponse	
		a.	b.
1.	Soit $f: x \mapsto \sqrt{x^2 - 4}$. Alors	a.	f est définie sur $[-2, 2]$
		b.	f est une fonction paire
		c.	f n'admet pas de limite en $-\infty$
2.	Soit g une fonction telle que $g(x) \geq -3x$, pour $x \leq -5$. Alors	a.	$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$
		b.	$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$
		c.	g n'admet pas de limite en $-\infty$
3.	Soit $h: x \mapsto \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$. S'il existe, on note p le prolongement par continuité de h en 1. Alors	a.	p existe et $p(1) = 0$
		b.	p existe et $p(1) = 2$
		c.	p n'existe pas
4.	Soit $i: x \mapsto 2x^2 - 3x + 1$. Alors l'image par i de l'intervalle $[0, 2]$ est	a.	$[1, 3]$
		b.	$[-\frac{1}{8}, 1]$
		c.	$[-\frac{1}{8}, 3]$
5.	La fonction $j: x \mapsto 2x + 1 - \frac{1}{x}$	a.	admet un minimum en -1
		b.	admet un minimum en $\frac{1}{2}$
		c.	n'admet pas d'extremum
6.	L'équation $5x^3 - 4x^2 - 6x + 1 = 0$ admet une solution dans l'intervalle	a.	$] -1, 0[$ X
		b.	$] \frac{1}{2}, 1[$
		c.	$] 1, 2[$

Barème						
Question	1	2	3	4	5	6
Paiement	0,5 pt	0,5 pt	1 pt	1 pt	1 pt	1 pt

Exercice 2 Soit k la fonction définie sur $[1, 2]$ par $k(x) = \frac{3x+2}{x+2}$. On note k' la dérivée de k .

1. Montrer que, pour tout $x \in [1, 2]$, $k'(x) \leq \frac{4}{9}$. 0,75 pt
2. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{u_n+2}$, pour tout n .
 - (a) Montrer *par récurrence* que
 - i. pour tout entier naturel n , $1 \leq u_n \leq 2$, 1 pt
 - ii. pour tout entier naturel n , $u_n \leq u_{n+1}$. 1 pt
 - (b) Montrer que, pour tout entier naturel n , $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{4}{9} |u_n - 2|$. 0,75 pt
 - (c) Dédire de (b) que, pour tout entier naturel n , $|u_n - 2| \leq \left(\frac{4}{9}\right)^n$. 1 pt
 - (d) Dédire la limite de la suite (u_n) . 0,5 pt



Problème Le plan est muni d'un repère orthonormé, unité graphique : 2 cm

Partie A Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

1. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variation. 1,5 pt
2. Montrer qu'il existe un unique nombre réel α tel que $g(\alpha) = 0$. 1,5 pt
3. Démontrer que $\alpha \in]2, 3[$. 0,5 pt
4. Dédire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . 0,5 pt

Partie B Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ par $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et (C) son graphe.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble définition. 1,5 pt
2. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, 0,75 pt

$$f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$$

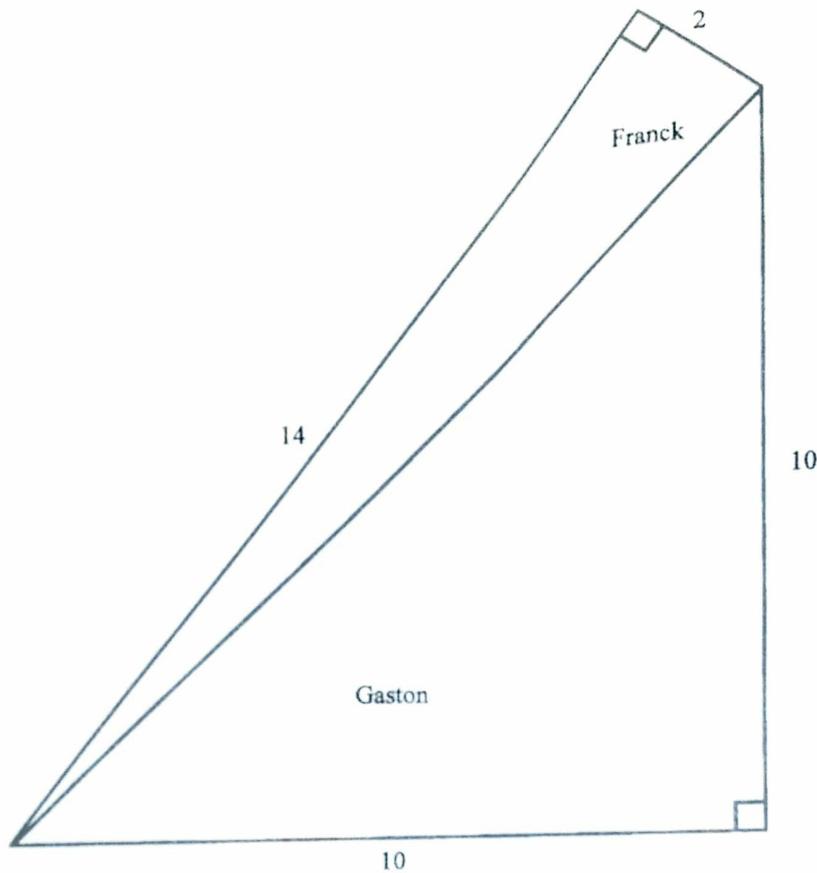
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f . 1 pt
4. Montrer que, pour tout $x \in D_f$, 0,25 pt

$$f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2-1}$$

5. Dédire que la courbe (C) admet une asymptote oblique à l'infini. 0,25 pt
6. Étudier la position relative de la courbe (C) et de son asymptote oblique. 1 pt
7. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 2. 0,25 pt
8. Tracer (C) et son asymptote oblique (prendre $\alpha = 2,2$). 1 pt

Évaluation des compétences [4,5 points]

Situation



Ce terrain bien placé dans la ville de Yaoundé appartient à deux frères Franck et Gaston ; la parcelle revenant à chaque frère porte son nom. Ils ont décidé d'y bâtir une pâtisserie à 200 000 000 F dont 3 600 000 F pour le plan, laquelle leur fera gagner 5 000 000 F par mois une fois opérationnelle. Le plan a été réalisé par un ingénieur (5 ans de formation) puis validé par un architecte (7 ans de formation). Par ailleurs, la contribution de chaque frère pour bâtir la pâtisserie, son gain lorsque la pâtisserie sera opérationnelle, sont proportionnels à l'aire de sa parcelle. Aussi, l'ingénieur et l'architecte sont payés proportionnellement à leurs durées de formation.

Tâches

1. Calcule la contribution de chaque frère pour bâtir la pâtisserie. **(1,5 pt)**
2. Calcule le gain mensuel de chaque frère lorsque la pâtisserie sera opérationnelle. **(1,5 pt)**
3. Calcule le paiement de l'ingénieur et celui de l'architecte. **(1,5 pt)**

