

LYCEE BILINGUE DE BAMEDJOU	CLASSE P C <sub>2</sub>	ANNEE SCOLAIRE 2020/2021
DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	EVALUATION N° 3	DUREE 2 H / COEFFICIENT 6

**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**  
**PARTIE A / EVALUATION DES RESSOURCES (15 Pts)**

**EXERCICE 1 : ( 5,75 pts)**

1) On considère l'expression

$$P(x) = (\sqrt{2} + 1)\cos^2\left(\frac{3}{2}x\right) + (\sqrt{2} - 1)\sin^2\left(\frac{3}{2}x\right) + 2\cos\left(\frac{3}{2}x\right)\sin\left(\frac{3}{2}x\right) - \sqrt{2}$$

- Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $P(x) = \cos(3x) + \sin(3x)$  (0,75 pt)
  - En déduire que pour tout réel  $x$ ,  $P(x) = \sqrt{2} \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$  (0,75 pt)
  - Résoudre dans  $[-\pi ; \pi[$  l'équation (E):  $\cos(3x) + \sin(3x) = \frac{\sqrt{6}}{2}$  (0,5 pt)
  - Représenter les images des solutions de (E) sur le cercle trigonométrique (0,75 pt)
  - Calculer l'aire et le périmètre du polygone obtenu à la question précédente
  - Résoudre dans  $[-\pi ; \pi[$  l'inéquation (I):  $\cos(3x) + \sin(3x) \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$  (0,75 pt)
- Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$ , On pose  $T(x) = \cos(x) \cos(2x) \cos(4x)$ .
- Vérifier que  $\frac{8\pi}{7} = \pi + \frac{\pi}{7}$  (0,25 pt)
  - Démontrer que pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$ ,  $T(x) = \frac{\sin(8x)}{8\sin(x)}$  (0,75 pt)
  - En déduire la valeur exacte de  $\cos\frac{\pi}{7} \cos\frac{2\pi}{7} \cos\frac{4\pi}{7}$ . (0,5 pt)

**Exercice 2 (3 pts)**

$f$  et  $g$  sont les fonctions définies par :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \begin{cases} f(x) = x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ f(x) = -2x & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad x \mapsto \begin{cases} g(x) = x^2 + 2x & \text{si } x \leq 0 \\ g(x) = 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Déterminer les fonctions  $fg$  (1pt) et  $fog$  (2pts)

**Exercice 3 : (6,25 pts)**

- Démontrer que la fonction  $f$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$  est périodique de période  $\frac{2\pi}{3}$  (0,5 pt)
- On considère la fonction  $g$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $g(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x}$ .
  - Démontrer que l'ensemble de définition de  $g$  est  $\left[0 ; \frac{5}{2}\right]$  (0,5 pt)
  - Montrer que la droite d'équation  $x = \frac{5}{4}$  est axe de symétrie de la courbe de  $g$ . (0,5 pt)
- Soit  $h: x \mapsto 3 - \frac{1}{x-2}$  une fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$ .  
Démontrer que le point  $A(2; 3)$  est centre de symétrie de la courbe de  $h$ . (0,5 pt)
- On considère l'application suivante  $u: x \mapsto x^2 - 6x + 4$ .  
Dans quel cas est-elle bijective ?
  - Lorsque est définie de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$ . (0,5 pt)
  - Lorsqu'elle est définie de  $]-\infty ; 3]$  vers  $[-5 ; +\infty[$  (0,5 pt)
  - Justifier dans chacun des cas. (0,75 pt)

- d) Lorsqu'elle est bijective déterminer et définir sa réciproque  $u^{-1}$  (0,5 pt)
- 5) On considère la fonction  $h$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $h(x) = x^2$ . (0,5 pt)
- a) Quelle relation existe-t-elle entre les fonctions  $h$  et  $u$ ? (0,75 pt)
- b) Expliquer comment on construit la courbe de  $u$  à partir de celle de  $h$ ? (0,75 pt)
- c) Construire les courbes de  $h$  et  $u$  dans un même repère orthonormé du plan. (0,75 pt)

**PARTIE B/ EVALUATION DES COMPETENCES (5 Pts)**

M NANA possède une boucherie dans laquelle il a recruté des employés. Dans cette boucherie, il vend de la viande de mouton et de porc dont les prix du kilogramme (Kg) sont respectivement : 2700F et 2000F.

Pour le bon fonctionnement de sa boucherie, il doit partager chaque fin de mois la somme de 300000F à ses employés de façon que s'il y'a quatre employés de moins, la part de chacun serait augmentée de 12500F.

Madame Anne, cliente dans cette boucherie veut acheter un gigot de viande de mouton de masse  $m$ , l'employé pour la pesée, utilise une masse  $M = 3Kg$  et un plateau fixé aux extrémités d'une tige [AB] sur lequel il pose le gigot de viande. Il place à une position précise un crochet  $G$  sur la tige [AB] pour maintenir la balance en équilibre et il constate qu'à l'équilibre,  $AG = \frac{2}{3}BA$  (voir la figure ci-dessous).

M. Armand qui braise de la viande de mouton et de porc a passé la commande de viande des deux types de sorte que le poids du porc diminué de 2Kg soit le triple de celui du mouton. Il a déboursé une somme de 43150F.

- Déterminer le montant perçu par chaque employé à la fin d'un mois. 1,5pt
- Détermine la somme que doit débourser Madame Anne pour son gigot de viande. 1,5pt
- Déterminer le nombre de Kg de viande de chaque type que l'employé doit servir à M. Armand. 1,5pt



Présentation : 0,5pt