

L'épreuve comporte deux parties A et B toutes obligatoires. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation du travail du candidat.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / (15,5 POINTS)

Exercice 1 : (Vecteurs du plan) (3,5 points)

1. Donne deux propriétés mathématiques traduisant la colinéarité de deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} . [0,5pt]

2. Soit ABC un triangle quelconque.

(a) Construis les points B' et C' tels que : $\overrightarrow{AB'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. [0,5pt]

(b) Démontre que les droites (BC) et $(B'C')$ sont parallèles. [0,75pt]

(c) On désigne par I et J les milieux respectifs de $[BC]$ et $[B'C']$. Démontre que les points A, I et J sont alignés. [0,75pt]

3. On considère \mathbb{R}^2 muni de sa base canonique $(\vec{i}; \vec{j})$. Soient les vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.

(a) Montre que $(\vec{u}; \vec{v})$ forme une base du plan. [0,5pt]

(b) Détermine les coordonnées des vecteurs \vec{i} et \vec{j} dans la base $(\vec{u}; \vec{v})$. [0,5pt]

Exercice 2 : (Généralités sur les polynômes) (4 points)

On considère P et Q les polynômes définis par :

$$P(x) = -2x^3 - 3x^2 + 17x - 12; Q(x) = -2x^2 - 5x + 12.$$

1. Factorise le polynôme Q . [0,75pt]

2. (a) Détermine une racine évidente a du polynôme P . [0,5pt]

(b) En déduis la forme factorisée du polynôme P . [0,75pt]

2. On considère la fraction rationnelle $F(x) = \frac{-2x^3 - 3x^2 + 17x - 12}{x^2 + 2x - 3}$.

(a) Donne la condition d'existence de la fraction rationnelle F . [0,5pt]

(b) Résous dans \mathbb{R} l'inéquation $F(x) \geq 0$. [0,75pt]

(c) Simplifie la fraction $F(x)$ puis calcule $F(-2)$. [0,75pt]

Exercice 3 : (Lois de Composition Interne et Groupes) (4 points)

On définit sur $A = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ la loi de composition interne \perp par : $\forall a; b \in A, a \perp b = a + b - 2ab$.

1. Que signifie la phrase : "la loi \perp est une loi de composition interne dans A "? [0,25pt]

2. La loi \perp est-elle commutative dans A . [0,5pt]

3. La loi \perp est-elle associative dans A . [0,5pt]

4. Calcule $\forall a \in A, a \perp \frac{a}{2a-1}$ et $\frac{a}{2a-1} \perp a$. Que peut-on en conclure? [0,75pt]

5. Pour tout réel a calcule, $a \perp 0$; $0 \perp a$, puis conclue. [0,5pt]

6. Que peut-on conclure de ce qui précède? [0,5pt]

7. Résous dans $(\mathbb{R}; \perp)$ les équations suivantes : $(E_1): \frac{2}{3} \perp x = 3$; $(E_2): 3 \perp (8 - x) = -7$. [1pt]

Exercice 4 : (Nombres réels) (4 points)

1. Soit le polynôme P défini par $P(x) = x^3 + 3x - 4$

(a) Montre que 1 est une racine de P . [0,25pt]

(b) Trouve toutes les autres racines de P . [1pt]

2. On appelle racine cubique d'un nombre réel x et on note $\sqrt[3]{x}$, le réel dont le cube est égal à x ; ainsi, pour tous réels x et y , on a les propriétés suivantes :

i) $(\sqrt[3]{x})^3 = x$; ii) $\sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{xy}$. On pose $\alpha = \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ et $\beta = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$.

- (a) Calcule $\alpha^3 + \beta^3$ et $\alpha\beta$. [1pt]
- (b) Montre que $\forall a, b \in \mathbb{R}, (a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$. [0,75pt]
- (c) Montre d'après ce qui précède que $\alpha + \beta$ est une racine de P . [0,5pt]
- (d) En déduis que $\alpha + \beta = 1$. [0,5pt]

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCE / (4,5 POINTS)

Monsieur **ABENA** est un jeune entrepreneur camerounais, propriétaire d'une chaîne de télévision dénommée A_{tv} dont le chiffre d'affaire en millions de francs CFA est donné par l'expression littérale:

$A(x) = 3x^2 - 24x + 96$;

où x désigne la durée(en année) de l'entreprise.

Trois ans après la création de son entreprise, Monsieur **ABENA** constate que son chiffre d'affaire a considérablement chuté. Il contacte alors Madame **BINDY**, directrice d'une micro finance de la place dans le souci de contracter un prêt. Cette dernière lui exige de relever son chiffre d'affaire à **60 millions de Francs CFA pour bénéficier de son accompagnement.**

Etablissement de micro finance



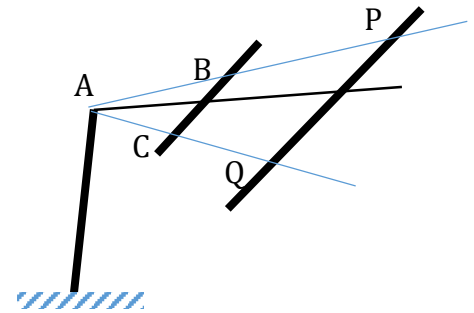
Avis aux clients

Nous garantissons notre accompagnement à toute entreprise dont le chiffre d'affaire atteint 60 millions de francs CFA.

La Directrice

La chaîne de télévision de Monsieur **ABENA** a été connectée au satellite (*dont le serveur central est placé au point A*) à proximité d'une autre chaîne concurrente. Les ondes de la chaîne A_{tv} sont portées par la droite (BC) et celles de la chaîne concurrente par la droite (PQ).

Pour éviter les interférences des ondes (**brouillage de son**) entre ces deux chaînes, les droites portant les ondes doivent être parallèles. Pour cela, l'ingénieur de télécommunication acquis pour la cause suggère à monsieur **ABENA** de placer son antenne telle que $AB=2\text{Km}$ $\overline{AB} = \frac{1}{3}\overline{AP}$ et $\overline{CQ} = \frac{2}{3}\overline{AQ}$.



Les limites des points couverts par les ondes de la chaîne A_{tv} sont définies par l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $\|-\overline{MA} - 3\overline{MB} + \overline{MP}\| = 6AB$.

- 1. Combien d'années M. **ABENA** devra-t-il encore attendre pour que ce prêt lui soit accordé ? [1,5pt]
- 2. L'ingénieur de télécommunication a-t-il raison ? [1,5pt]
- 3. Montre que pour tout point M du plan, $-\overline{MA} - 3\overline{MB} + \overline{MP} = -3\overline{MA}$. Puis en déduis la nature de (E) ainsi que la surface des zones couvertes par les ondes de la télévision A_{tv} . [1,5pt]

« La plupart des choses ne paraissent extraordinaires que parce qu'elles ne sont point connues ; le merveilleux tombe presque toujours à mesure qu'on s'en approche ; on a pitié de soi-même ; on a honte d'avoir admiré. » Montesquieu