

## **EVALUATION INTERMEDIAIRE N°3**

### **Partie A: Evaluation des ressources**

**15.5pts**

#### **Exercice1: 5.25 pts**

On considère les équations (E):  $\sin 3x = \cos 2x$  et (E'):  $4\sin 2x = \sqrt{5} - 1$ .

- 1) a) Démontrer que  $\cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ . **0.5pt**
- b) En déduire la résolution dans  $]0; \pi]$  de l'équation (E). **1pt**
- 2) Soit le polynôme P défini par  $P(x) = 4x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ .
  - a) Vérifier que 1 est une racine de P. **0.25pt**
  - b) Déterminer les réels a, b et c tels que  $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$ . **0.75pt**
  - c) Résoudre dans IR l'équation  $P(x) = 0$ . **0.5pt**
- 3) a) Montrer que  $\sin 3x = -4\sin^3 x + 3\sin x$  et  $\cos 2x = -2\sin^2 x + 1$ . **1pt**
- b) Déduire que l'équation (E) est équivalente à l'équation  
 $(E_1): 4\sin^3 x - 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ . **0.25pt**
- c) Déduire des questions 1 et 2 la valeur exacte de  $\sin \frac{\pi}{10}$ . **0.5pt**
- 4) Résoudre dans IR l'équation (E'). **0.5pt**

#### **Exercice 2 : 4.25 pts**

L'unité de longueur est le cm. ABC est un triangle tel que  $AB = 6$  ;  $BC = 5$  et  $AC = 7$ .

On donne les points D, E, F et K tels que B soit le milieu de [CD],  $2\vec{EB} - \vec{CE} = \vec{0}$ ,

$F = \text{bar}\{(A, 2); (B, 3)\}$  et  $\vec{AK} = \frac{3}{7}\vec{AC}$ . Pour tout point M du plan, on définit le point Q tel que  $13\vec{AQ} = -9\vec{MA} + 6\vec{MB} + 3\vec{MC}$ .

- 1) a) Réduire le vecteur  $\vec{u} = -9\vec{MA} + 6\vec{MB} + 3\vec{MC}$ . **0.5pt**
- b) Déduire que  $Q = \text{bar}\{(A, 4); (B, 6), (C, 3)\}$ . **0.5pt**
- 2) Construire les points E, F, Q et K. **1pt**
- 3) Montrer que les droites (AE), (BK) et (CF) sont concourantes. **0.75pt**
- 4) a) Écrire D comme barycentre de B et C. **0.5pt**
- b) Montrer que  $D = \text{bar}\{(A, -4); (B, -6), (C, 7)\}$  **0.5pt**
- c) Déduire que les points D, F et K sont alignés. **0.5pt**

#### **Exercice 3 : 6 pts**

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f. **0.25pt**
- 2) Déterminer les images par f de  $-5$  ;  $-2$  ;  $0$  et  $6$ . **1pt**
- 3) La fonction f est-elle injective? Justifier votre réponse. **0.5pt**
- 4) Résoudre graphiquement:
  - a)  $f(x) = 0$       b)  $f(x) = 1$       c)  $f(x) > 0$       d)  $-2 \leq f(x) \leq 0$  **1.5pt**
- 5) Déterminer l'image directe par f de l'intervalle  $[-3; 2]$ . **0.5pt**

6) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

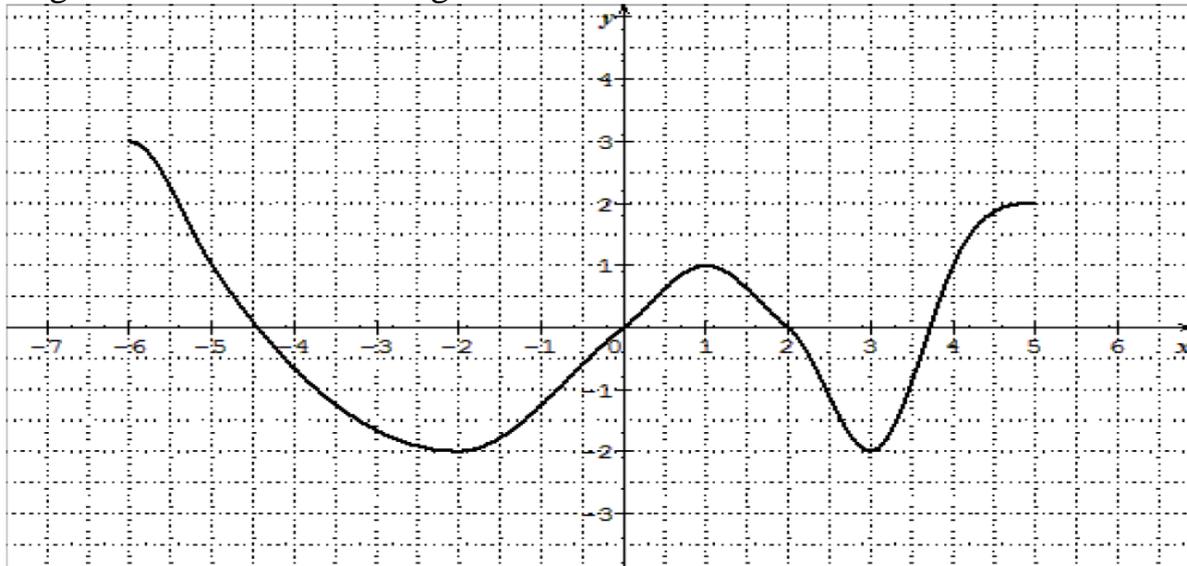
0.5pt

7) Discuter suivant les valeurs de  $m$ , le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = m$ .

1pt

8) On pose  $g(x) = f(x - 1) + 2$ . Reproduire la figure ci dessous et construire soigneusement la courbe de  $g$ .

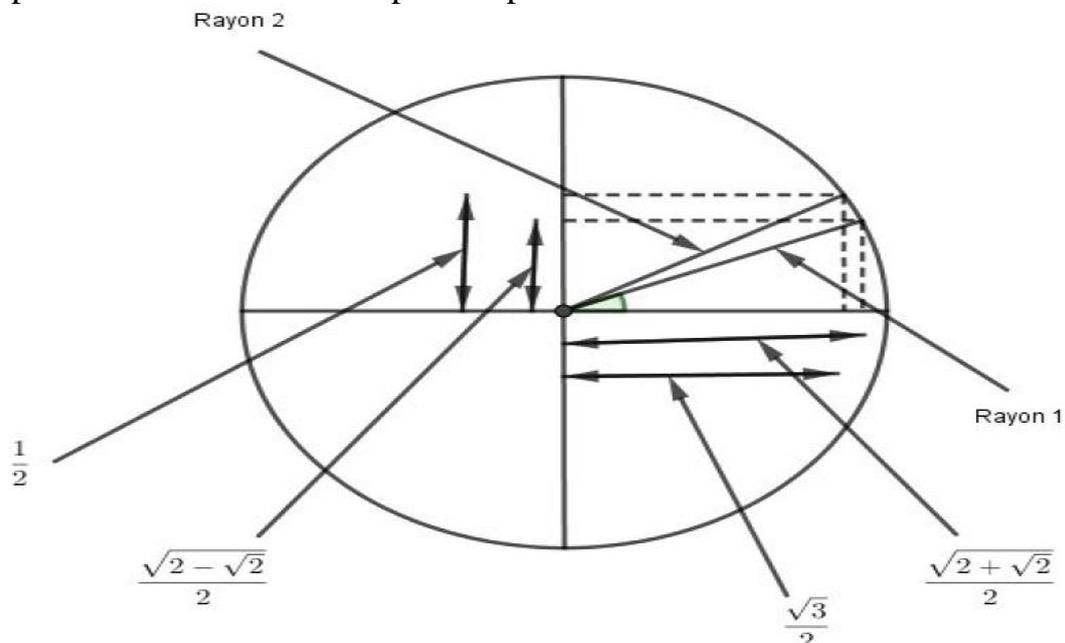
0.75pt



**Partie B: Evaluation des competences**

4.5pts

Mr Paul est un cultivateur. Il veut fixer les rayons de son pousse-pousse afin d'éviter les pertes de rayons en cas de surcharge. Un premier mécanicien lui dit que l'angle entre 2 rayons consécutifs doit être compris  $\frac{\pi}{36}$  et  $\frac{\pi}{18}$ . Un second mécanicien lui dit que le sinus et le cosinus de cet angle doivent respecter la relation  $\cos 2a + \sqrt{3} \sin 2a = \sqrt{3}$ . La figure ci dessous représente une roue de son pousse-pousse.



1) En considérant l'avis du premier mécanicien, son pousse – pousse peut il supporter la surcharge?

1.5pt

2) Aide Mr Paul à trouver les valeurs possibles de  $a$ .

1.5pt

3) En considérant l'avis du deuxième mécanicien, son pousse – pousse peut il supporter la surcharge?

1.5pt