EPREUVE DE MATHEMATIQUES

L'épreuve comporte trois exercices pour ceux de la série D et quatre pour ceux de la série C et un problème commun dans l'évaluation des compétences. La clarté du raisonnement et la précision et la lisibilité de la copie seront prises en compte par le correcteur.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5points)

Exercice 1(4points)

1 . Vérifie que $4 + 2\sqrt{3} - (1 + \sqrt{3})^2 = 0$; **0,5pt**

2 . Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $4x^2 + 2(1 - \sqrt{3})x = \sqrt{3}$; **1,5pt**

3 . En déduis la résolution dans $[0; 2\pi]$ de l'équation (E') $4sin^2x + 2(1 - \sqrt{3})sinx = \sqrt{3}$ et de l'inéquation (I) $4sin^2x + 2(1 - \sqrt{3})sinx \geq \sqrt{3}$. **2pts**

Exercice 2(5,5points)

ABC est un triangle rectangle en C tel que BC=2cm et AC=3cm. I est le barycentre du système donné par $\{(A; 2), (B; 5), (C; -3)\}$. J est un point tel que $\vec{BJ} = -\frac{3}{2}\vec{BC}$.

1 . Montre que J est le barycentre des points B et C dont-on déterminera les coefficients ; **1pt**

2 . Montre que les points I,J et A sont alignés ; **1,5pt**

3 . Place les points I et J ; **0,5pt**

4 . Détermine l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $AM^2 + JM^2 = 35$; **1,5pt**

5 . Construis (Γ). **1pt**

Exercice 3 :6points (Série D uniquement)

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-9}{1-x}; & si \quad x > 1 \\ \dfrac{x^2+2x+2}{4-x}; & si \quad x < 2 \end{cases}$$

1 . Donne le domaine de définition de f ; **0,5pt**

2 . Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et interprète le résultat ; **1pt**

3 . Calcule $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ et interprète le résultat ; **1pt**

4 -a. Étudie la continuité de f en 2 ; **1,5pt**

5 -b. En déduis l'expression de la fonction h restriction de f sur $]-\infty; 2]$; **0,5pt**

6 Montre que la droite d'équation $y = -x - 6$ est une asymptote oblique à la courbe de f. **1,5pt**

Exercice 3 : 1,75point(Série C uniquement)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). On considère (E) l'ensemble des points $M(x, y)$ tel que $x = 4cos^2(\theta) - 3$ et $y = 2sin(2\theta) + 2$; où θ est un réel.

1 . Donne la nature et les élément caractéristiques de (E) ; **0,75pt**

2 . Donne l'équation cartésienne de (E) ; **0,5pt**

3 . détermine l'équation de la tangente (T) à (E) au point $A(2, 1)$ **0,5pt**

Exercice 4 : 4,25points(Série C uniquement)

I -1. Définie espace vectoriel réel, sous espace vectoriel réel, famille libre, famille génératrice, base, dimension d'un espace vectoriel réel. **1pt**

II -1.On considère $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3/x - y + z = 0; x + 2z = 0\}$. Montre que E est un sous espace vectoriel réel de $\mathbb{R}^3$; **0,75pt**

II -2. Détermine une base de E ; **0,5pt**

II -3. En déduis la dimension de E ; **0,25pt**

III -1. On considère $\mathcal{B} = \{e_1, e_2\}$ avec $e_1 = i - j$ et $e_2 = 2i + j$. Montre que la famille $\{e_1, e_2\}$ est libre ; **0,5pt**

III -2. Montre que la famille $\{e_1, e_2\}$ est génératrice de $\mathbb{R}^2$; **0,75pt**

III -3. Déduis que $\mathcal{B}$ est une base de $\mathbb{R}^2$.(On utilisera deux méthodes). **0,5pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES(4,5points)

La trigonométrie s'est developpée dès l'antiquité pour répondre aux besoins de l'astronomie. C'est ainsi qu'au milieu du 2^esiècle, (école d'Alexandrie) rédigea l'almogeste, contenant un traité complet de trigonométrie. Les travaux de Régiomontamonus(1436-1476) et Euler(1707-1783), entre autres, donnèrent à la trigonométrie la forme que nous lui connaissons. En cinématique, la loi horaire d'un mouvement vibratoire simple est $\mathcal{X}(t) = \mathcal{X}_m cos(\omega t+\phi)$. Plutard, pour arriver sur la lune, Yuri Gadari dit qu'il a atteint selon son échelle une hauteur $H = \frac{\sqrt{6}}{2}$, alors qu'il serait au milieu de deux planètes $P; Q$(avec $PQ = \frac{1}{10\sqrt{2}}$) et son mouvement était $\mathcal{Y}(t) = cos2t + sin2t$. S'il était à un point M quelconque, son mouvement(l'ensemble E des points M) vérifierait l'équation $f(M) = H$, sachant que $f(X) = PX^2 + QX^2$.

I -1. Détermine l'amplitude et la phase du mouvement de Youri Gadari lors de sa découverte ; **1,5pt**

I -1. Détermine le temps t réel qui lui a permis d'atteindre cette hauteur ; **1,5pt**

I -2. Détermine la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble E. **1,5pt**

<u>EXAMINATEUR</u> : M. KAMTILA KARI/P.L.E.G-Mathématiques.