

EVALUATION DE MATHÉMATIQUES N° 2

NB Le sujet comporte deux parties obligatoires sur 20 points. Le correcteur tiendra compte de la clarté dans la rédaction et de la cohérence dans les idées. Justifier toutes vos affirmations.

Partie A : Evaluations des ressources 15pts

Exercice 1 : 4.5pts

I. On considère l'équation (E) : $x^4 + 10x^3 + 26x^2 + 10x + 1 = 0$

1. Montrer que 0 n'est pas solution de cette équation. **0.25pt**

2. Montrer que si x_0 est solution de (E) alors il en est de même pour $\frac{1}{x_0}$ **0.5pt**

3. Vérifier que l'équation (E) est équivalente à l'équation $x^2 + 10x + 26 + \frac{10}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$ **0.5pt**

4. On pose $X = x + \frac{1}{x}$ Montrer que si x est solution de (E) alors X est solution de l'équation (E') : $X^2 + 10X + 24 = 0$ **0.5pt**

5. Résoudre (E') et en déduire les solutions de l'équation (E). **0.75pt**

II. ABC est un triangle dont le périmètre vaut 24cm. M et N sont deux points respectifs des segments [AB] et [AC] tels que (BC) // (MN). On donne $AM = x$ et $NC = y$

1. Montrer que les réels x et y vérifient le système $\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 15 \end{cases}$ (utiliser Thalès) **1pt**

2. Résoudre le système précédent et en déduire la nature du triangle ABC. **1pt**

Exercice 2 : 3pts

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On donne $A(-1, 2)$ et $B(1, 3)$. (C) désigne le cercle de centre A et passant par B.

1. Déterminer une représentation paramétrique du cercle (C). **0.75pt**

2. Donner une équation de la tangente à (C) passant par le point B. **0.5pt**

3. Soit $C(-2, -1)$ un point du plan.

a. Vérifier que le point C est extérieur au cercle (C). **0.5pt**

b. Montrer que (C) coupe l'axe des abscisses en deux points dont on précisera les coordonnées. **0.75pt**

c. Vérifier que la droite (CO) est tangente au cercle (C). **0.5pt**

Exercice 3 : 4.5pts

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AC = 4$ cm. D est le symétrique de B par rapport à A. I est le milieu du segment [AC] et J est le point tel que $\vec{BJ} = \frac{2}{3}\vec{BC}$

1. Réalise la figure. **0.75pt**

2. Ecrire chacun des points D et J comme des barycentres. **1pt**

3. Démontrer que les points D, I et J sont alignés. **0.5pt**

4. On définit les points P, Q et R par $\vec{CP} = \frac{1}{3}\vec{CA}$, $\vec{AQ} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ et $\vec{BR} = \frac{4}{5}\vec{BC}$ Démontrer que les droites (AR), (BP) et (CQ) sont concourantes en un point à préciser. **1pt**

5. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + CM^2 = 16$ **1.25pt**

Exercice 4 :

I. On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tel que $f(x) = \frac{4x^2+1}{2x^2+1}$ et la fonction g tel que $g(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x - 1}$

1. La fonction f est-elle une application ? Justifier. **0.5pt**
2. a. Déterminer le domaine de définition de $f \circ g$. **0.5pt**
- b. Donner une expression en fonction de x de $f \circ g(x)$. **0.5pt**

II. La courbe ci-contre est celle d'une fonction h définie sur $[-6, 5]$. Utiliser la pour répondre aux questions qui vous sont posées.

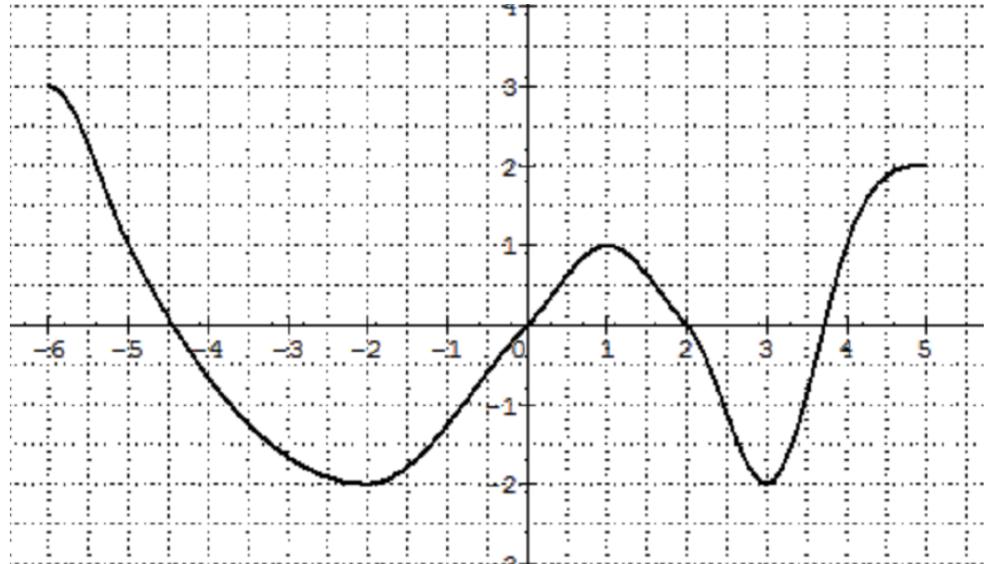
1. Résoudre graphiquement chacune des équations et inéquations suivantes :

a. $h(x) = -2$ **0.25pt**

b. $-2 \leq h(x) \leq 0$ **0.5pt**

c. $h(x) > 0$ **0.25pt**

2. Discuter suivant les valeurs d'un paramètre réel m , le nombre de solution de l'équation $h(x) = m$ **1pt**



Partie B : Evaluation des compétences

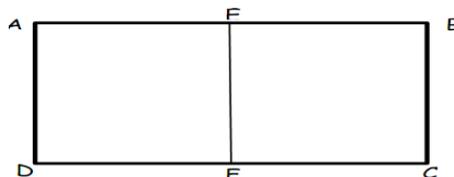
04.5pts

Un comité doit se rendre à un lieu de deuil pour accompagner la dépouille mortuaire d'un de leur membre. Pour cela, ils ont besoin d'une motopompe, d'une tronçonneuse et d'un groupe électrogène. Le lieu du deuil a la forme d'un rectangle de longueur AB et de largeur AD, séparé en deux petits lieux de deuil par le segment [EF] (voir figure). Il faut en tout 180 m de grillage pour entourer tout le lieu de deuil et faire la séparation [EF]. L'aire du rectangle ABCD est de 1 200 m². Pour obtenir les fonds, le comité répartit ses membres en trois groupes A, B et C selon leurs revenus. Le tableau ci-dessous donne la contribution de chaque membre par appareil en fonction de son groupe.

Appareils	Contribution par membre		
	Groupe A	Groupe B	Groupe C
Motopompe	4500	7500	12000
Tronçonneuse	7000	10000	16000
Groupe électrogène	3500	4500	6000

La motopompe, la tronçonneuse et le groupe électrogène coûtent respectivement 546 000frs, 770 000frs et 342 000frs.

Une fois toute la somme collectée, M. Essomba se rend dans un marché. Après plusieurs négociations, le vendeur de la tronçonneuse lui accorde une remise de $t\%$, suivie immédiatement d'une autre remise de $(t+2)\%$. La tronçonneuse revient alors au prix définitif de 637 560frs.



Tâche 1 : Déterminer les dimensions du lieu de deuil. **1.5pt**

Tâche 2 : Combien de membres compte le comité ? **1.5pt**

Tâche 3 : Quel était le prix de la tronçonneuse après la première baisse ? **1.5pt**