

Epreuve de Mathématiques
Examineur : M. TEBAYA AMBROISE

EVALUATION DES RESSOURCES/

(15,5 points)

Exercice 1 / **(04,75 points)**

- I. On se propose de résoudre l'équation (E): $2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0$
1. Vérifier que 0 n'est pas une solution de (E) 0,5pt
 2. On désigne par (E_1) l'équation $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 9\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 = 0$
 - a. Montrer que (E_1) et (E) sont équivalentes 1pt
 - b. On pose $X = x + \frac{1}{x}$.
Montrer que (E_1) est équivalente à (E_2) : $2X^2 - 9X + 10 = 0$ 1pt
 3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_2) et en déduire les solutions de (E) dans $\mathbb{R}$. 1pt
- II. On définit l'opération $\bullet$ sur $\mathbb{R}$ par $a \bullet b = ab + (a^2 - 1)(b^2 - 1)$.
1. Calculer $(2 \bullet 3) \bullet 4$ puis $2 \bullet (3 \bullet 4)$. La loi est-elle associative ? 0,75pt
 2. Montrer que 1 est l'élément neutre pour la loi $\bullet$ 0,5pt

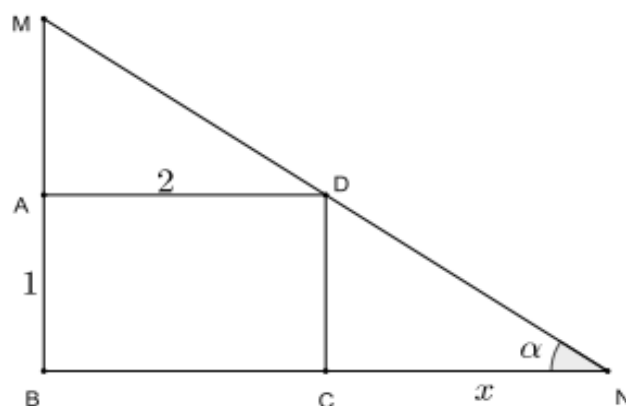
Exercice 2 / **(04 points)**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E): $225 - x^2 = 0$ 0,5pt
2. Un article qui coûtait 60000F a subi une augmentation de %, puis une baisse de $x\%$ sur son nouveau prix.
 - a. Montrer que le prix de l'article après la hausse est $60000 + 600x$ 0,5pt
 - b. Montrer que le prix de l'article après la baisse est $60000 - 6x^2$ 0,5pt
 - c. Déterminer x sachant que l'article est vendu en définitive à 58650 F 0,25pt
3. a. Démontrer que pour tout réel x , on a : $x^3 = \left(\frac{x^2+x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-x}{2}\right)^2$ 0,75pt
 - b. Soit le polynôme défini par $f(x) = \left(\frac{x^2-x}{2}\right)^2$. Démontrer que pour tout réel x , on a : $f(x+1) - f(x) = x^3$ 0,75pt
 - c. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 2$, démontrer que $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ 0,75pt

Exercice 3 / **(02,5 points)**

Observez la figure ci-contre. ABCD est un rectangle tel que $AB = 1$ et $BC = 2$. On désigne par $B(x)$ l'aire du triangle BMN. On pose $\alpha = \widehat{BNM}$. On pose $CN = x$

1. Montrer que $AM = \frac{2}{x}$ 0,75pt
2. Justifier que l'aire du trapèze BNDA est $A(x) = \frac{x}{2} + 2$ 0,75pt
3. Justifier que l'aire du triangle BMN est $B(x) = \frac{x^2+4x+4}{2x}$. 1pt



Exercice 4 /**(04,75 points)**

Soit ABC un triangle tel que $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, A son aire, $[AH]$ la hauteur relative à $[BC]$, R le rayon de son cercle circonscrit et r le rayon de son cercle inscrit.

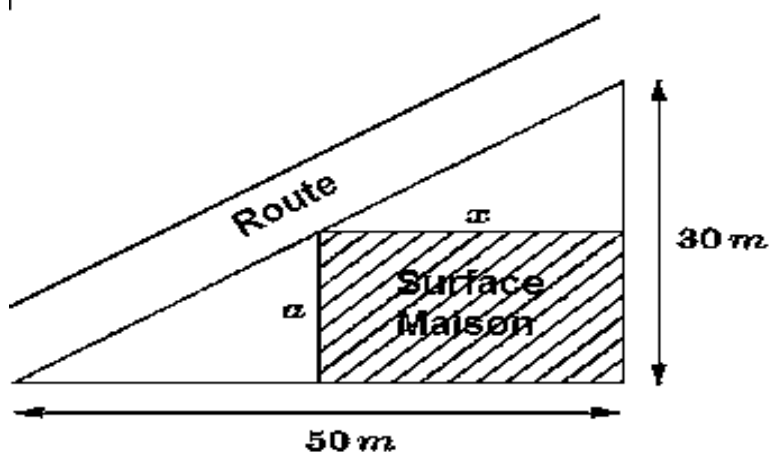
1. Démontrer que $R = \frac{AH}{2\sin\hat{B}\sin\hat{C}}$ 1pt
2. Démontrer que $r = \frac{2A}{a+b+c}$ 0,75pt
3. Démontrer que $R = \frac{abc}{4A}$ 0,75pt
4. Démontrer que si ABC est équilatéral, alors $R = 2r$ 0,5pt
5. Démontrer que $\sin\hat{A} + \sin\hat{B} + \sin\hat{C} = 2A \frac{a+b+c}{abc}$ où A est l'aire de ABC . 1pt
6. On suppose que $a = b = c = 4$. Calculer A, r et R 0,75pt

EVALUATION DES COMPETENCES /**(04,5 points)**

Ambroise a acheté un terrain triangulaire en bordure d'une grande route entre les mains de son ami Maurice Fréchet qui voulait le vendre à 400.000F CFA mais n'a pas pu avoir un preneur à cause de son prix tellement cher mais a été finalement vendu à 324.000 F CFA après avoir subi deux baisses successives de $t\%$. M.

Ambroise après avoir acheté ce terrain, se propose de construire une maison dont la fondation est rectangulaire (partie hachurée) à l'angle droit de son terrain triangulaire. Il voudrait que l'aire de la surface de sa maison soit la plus grande possible pour avoir une grande maison selon les exigences de sa famille grandiose.

Ambroise voudrait aussi couvrir sa cour (partie non hachurée) par des pavés carrés de côté 20cm et un pavé coûte 125FCFA. a et x sont les dimensions de cette fondation rectangulaire telle que $a = 30 - \frac{3}{5}x$.



1. Calculer les différents taux de baisses subies par le terrain. 1,5pt
2. Déterminer l'aire maximale de la surface de la fondation de cette maison. 1,5pt
3. M. Ambroise a finalement construis une maison de 25m sur 15m. Quel est le coût en argent pour paver sa cour ? 1,5pt

« Quand vous vous demandez où est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendant les examens. » Albert EINSTEIN