Collège Pie XII — **Année : 2020/2021**

Classe: $\mathbf{1^{ére} S_2}$ — **Devoir : $n^o 2$** — **M. BARRY**

Durée : $6\cos\frac{\pi}{3}$ heures

Exo : 1

Soient les applications f et g définies par $f(x)=\begin{cases}1-x & si\ x\prec 0\\ x^2 & si\ x\geq 0\end{cases}$ et $g(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$

1) L'application f est-elle injective ? Surjective ? 2) Déterminer fog.

3) Soit l'application $\begin{array}{l} h:[-1;0]\to[0;1] \\ x\mapsto g(x). \end{array}$ Montrer que h est bijective puis expliciter $h^{-1}(x)$.

4) Soit l'application $\begin{array}{l} q: IR-\{-3\}\to IR-\{2\} \\ x\mapsto \dfrac{4x-1}{2x+6}. \end{array}$

a) Montrer que q est bijective puis expliciter $q^{-1}(x)$.

b) Déterminer le domaine de définition D_{qog}. Expliciter alors $qog(x)$.

c) Déterminer l'application $(qog)^{-1}$.

Exo : 2

Soit $F(x)=x^4-5x^3+6x^2-5x+1$

1) Montrer que 0 n'est pas racine de F.

2) Montrer que si a est une racine de F ; $\dfrac{1}{a}$ est aussi une racine de F.

3) Montrer que $F(x)=x^2\left[\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-5\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+4\right]$.

4) Résoudre dans IR : $F(x)=0$ puis $F(x)\geq 0$

Exo : 3

Soit le polynôme R défini par $R(x)=x^3+6x^2+9x+4$. On pose $x=y-a$ où $a\in IR$.

1) Déterminer le polynôme Q tel que $Q(y)=R(y-a)$

2) Déterminer les réels $b\ et\ c$ non nuls tels que $Q(y)=y^3+by+c$

3) Factoriser le polynôme $Q(y)$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(y)=0$ et en déduire les solutions de $R(x)=0$.

Exo : 4

Partie : I

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$: a) $\sqrt{x^2+x+3}=1-2x$ b) $\sqrt{x+5}+\sqrt{2x+1}=6$.

c) $\sqrt{x^2+4x+3}<\sqrt{x^2-4}$ d) $\sqrt{2x^2-x}>2x-3$.

Partie : II

1) Déterminer un polynôme p de degré 3 vérifiant $p(0)=0$ et $p(x+1)-p(x)=x^2+x \quad \forall x\in IR$

2) En déduire que $1\times2+2\times3+3\times4+..........+n(n+1)=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$

En déduire la somme $S=1\times2+2\times3+3\times4+..........+20\times21$

Bonne Chasse !