



Trimestre : 2 A/S : 2020-2021	Discipline	Examineur	Classe		Durée 3H
Devoir Surveillé 4	Mathématiques	M. NCHARE	P C	Coefficient : 6	

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 Points)

Exercice 1 (7.5 POINTS)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, I, J)$ unité d'axe 1cm. f est la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$

par $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$ et g la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2+3}{|x|+1}$

- 1) Calculer les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$, à gauche et à droite en -1 (1pt)
- 2) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x distinct de -1 et dresser le tableau de variations de f (1pt)
- 3) a) Démontrer que pour tout réels x distinct de -1 , il existe trois réels a, b et c tels que :
 $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$. (0,5pt)
 - b) En déduire que la courbe (C) de f admet une asymptote oblique (Δ) dont on précisera une équation. Etudier la position relative de (C) et (Δ) , (0,75pt)
 - c) Démontrer que $\Omega(-1, -2)$ est un centre de symétrie pour C courbe (C) de f . (0,5pt)
- d) Construire la courbe (C) de f . (0,5pt)
- 4) Discuter et résoudre graphiquement l'équation $x^2 - mx + 3 - m = 0$ (0,75pt)
- 5) a.) Etudier la dérivabilité de g en 0 (0,5pt)
 - e) Construire la courbe (C') de g en utilisant la symétrie convenable (0,5pt)
- 6) On considère sur l'axe (OI) les points A et B d'abscisse respective $\frac{3}{2}$ et k . (k réel non nul $\neq 1$) G est le barycentre des points A, O et B affectés respectivement des coefficients 2, -1 et k
 - a) Démontrer que l'abscisse x_k de G_k est égale à $f(k)$ (0,5pt)
 - b) Pour quelle valeur de k x_k est-elle minimale ? maximale (1pt)

Exercice 2 : (3.5 POINTS)

On lance deux fois de suite un dé pyramidal à cinq faces numérotées 1, 2, $-1, 4$ et -2 . On désigne par α le numéro obtenu au premier lancé et β le numéro obtenu au deuxième lancé. On considère le triangle ABC rectangle et isocèle en B . I est le milieu du segment $[AC]$. On désigne par (E) l'équation $x^2 - \beta x + \alpha = 0$. Soit $F = \{1, 2, -1, -2, 4\}$

- 1) Déterminer le nombre de résultat possibles. (0,5pt)
- 2) Déterminer trois sous-ensembles de F formant une partition de F (0,75pt)
- 3) Déterminer en justifiant :
 - a) Le nombre de couples (α, β) pour lesquels (E) admet une racine double. (0,5pt)
 - b) Les couples (α, β) pour lesquels (E) n'a pas de racine. (0,5pt)
 - c) Le nombre de couples (α, β) pour lesquels Les points pondérés (A, α) et (B, β) admettent un barycentre (0,5pt)
 - d) Les couples (α, β) pour lesquels les points pondérés (A, α) et (B, β) admettent un barycentre n'appartenant pas au segment $[AB]$ et plus proche du point A (0,75pt)

Exercice 3 (4 POINTS)

x est un nombre réel de l'intervalle $]-\pi, \pi[$.

- 1) Démontrer que $(\cos^2 x - \sin^2 x)^2 = \cos^4 x + \sin^4 x - 2\sin^2 x \cos^2 x$. (0.5pt)

- 2) En déduire de la question précédente que : $\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2x$. (1pt)
- 3) (E) désigne l'équation : $\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{5}{8}$. Démontrer que (E) est équivalente à l'équation (E') : $\cos^2 2x = \frac{1}{4}$. (0.5pt)
- 4) Résoudre l'équation (E') et placer les images des solutions sur le cercle trigonométrique. (1pt)
- 5) a et b sont deux réels non tous nuls et t est nombre réel variables. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système $\begin{cases} x \sin t - y \cos t = -a \\ x \cos t + y \sin t = b \end{cases}$ d'inconnues $(x; y)$ (1pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 Points)

SITUATION

BOUBA dispose de deux terrains T1 et T2.

Le terrain T1 a la forme d'un carré dont les sommets sont les solutions dans $]-\pi, \pi[$ de l'équation $2\cos^2 x - 1 = 0$ dans un cercle trigonométrique de rayon 2m. Il souhaite défricher son terrain et le mètre-carré de défrichage est estimé à 1.150frs.

Le terrain T2 est de forme rectangulaire de superficie $360m^2$ et tel que si on augmente la longueur et la largeur de ce terrain de 6m chacun, sa superficie devient alors $630m^2$ Il souhaite entourer ce champ avec du fil barbelé dont n mètres coûte 7650frs où n est solution de l'équation

$4 + \sqrt{n} - 2 = n$. Par ailleurs la femme de BOUBA fait toujours le marché dans la même boutique et aux mêmes prix :

Lundi : elle a acheté 4kg de poissons, 2kg de viande et 1kg de riz à 11 500 frs.

Mercredi : elle débourse 10 000 frs pour 1kg de poissons, 3kg de viande et 2kg de riz.

Jeudi : elle achète 4kg de poissons, 2kg de viande et 3kg de riz à 12 500 frs.

Taches

1. Donner une estimation du coût de défrichage pour le terrain T1. (1,5pt)
2. Combien faudra-il à BOUBA pour clôturer entièrement le terrain T2 ? (1,5pt)
3. Quelle somme d'argent devra déboursier la femme de BOUBA pour se procurer 2,5kg de poissons, 0,5kg de viande et 1,5kg de riz ? (1,5pt)

Présentation 0.5pt

