

A) EVALUATION DES RESSOURCES : 15pts

Exercice 1 : 3,75pts

A chacune des questions ci-dessous, quatre réponses vous sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopier le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

- 1) L'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $|i\bar{z} + 3 - i| = 3$ est :
 - a) Le cercle de centre $\Omega\left(\frac{1}{-3}\right)$ et de rayon 3
 - b) Le cercle de centre $\Omega\left(\frac{-1}{3}\right)$ et de rayon 3
 - c) Le cercle de centre $\Omega\left(\frac{-1}{-3}\right)$ et de rayon 3
 - d) La médiatrice du segment [AB] avec $A\left(\frac{3}{-1}\right)$ et $B\left(\frac{0}{3}\right)$. **0,75pt**
- 2) L'écriture complexe de la symétrie centrale de centre d'affixe 2-6i est :
 - a) $z' = z + 2 - 6i$
 - b) $z' = -z - 2 - 6i$
 - c) $z' = -z + 2 - 6i$
 - d) $z' = -z + 4 - 12i$ **0,75pt**
- 3) L'écriture complexe de la transformation du plan qui à tout point M(x; y) d'affixe z associe le point M'(x'; y') d'affixe z' tel que $\begin{cases} x' = 2x - 3y + 4 \\ y' = 3x + 2y - 6 \end{cases}$ est :
 - a) $z' = (2 + 3i)z - 4 - 6i$
 - b) $z' = (2 - 3i)z - 4 - 6i$
 - c) $z' = (2 - 3i)z + 4 - 6i$
 - d) $z' = (2 + 3i)z + 4 - 6i$ **0,75pt**
- 4) L'écriture complexe $z' = -iz + 4i$ est celle de:
 - a) La translation de vecteur $\vec{u}\left(\frac{0}{4}\right)$
 - b) la rotation d'angle $\frac{-\pi}{2}$ et de centre $\Omega\left(\frac{2}{2}\right)$
 - c) l'homothétie de centre $\Omega\left(\frac{2}{2}\right)$ et de rapport 1
 - d) la rotation d'angle $\frac{-\pi}{2}$ et de centre $\Omega\left(\frac{2}{-2}\right)$. **0,75pt**
- 5) La similitude directe du plan de centre $\Omega(0;1)$ d'angle $\frac{5\pi}{6}$ et de rapport $2\sqrt{3}$ a pour écriture complexe :
 - a) $z' = (-3 + i\sqrt{3})z + \sqrt{3} + 4i$
 - b) $z' = (3 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + 4i$
 - c) $z' = (-3 + i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + 4i$
 - d) $z' = (3 - i\sqrt{3})z - 3 - i\sqrt{3}$ **0,75pt**

Exercice 2: 4,75pts

f est la transformation du plan d'écriture complexe : $z' = (1 - i)z + 2 + 3i$

- 1) Justifier que f est une similitude directe du plan. **0,25pt**
- 2) Déterminer ses éléments caractéristiques. **1pt**
- 3) Déterminer l'image A' du point A(1 ; -1) par f. **0,5pt**
- 4) Déterminer une équation de l'image par f du cercle de centre A et de rayon $3\sqrt{2}$. **1pt**
- 5) Déterminer l'expression analytique de f. **1pt**
- 6) Déterminer l'image (D') par f de la droite (D) d'équation cartésienne $x + 2y = 1$ **1pt**

Exercice3 : 6,5pts

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On prendra 2cm comme unité.

1) Construction de (C_f)

- a) Montrer que (C_f) admet deux asymptotes horizontales. **0,5pt**

- b) Montrer que pour tout nombre réel x , $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{(x^2+1)^3}}$ puis dresser le tableau de variation de f . 0,75pt
- c) Construire (C_f) . 0,75pt
- d) Justifier que f est une bijection de \mathbb{R} dans un intervalle que l'on précisera. 0,5pt
- e) Construire sur le même graphique que (C_f) la courbe de f^{-1} . 0,5pt
- f) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α et que $\alpha \in [-1;0]$. 0,5pt

2) Recherche de la limite d'une suite

On considère la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n), \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

On pose $I = [-1;0]$

- a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $U_n \in I$. 0,5pt
- b) Montrer par récurrence que (U_n) est ~~croissante~~ décroissante. 0,5pt
- c) En déduire que (U_n) est convergente. 0,25pt
- d) i) Montrer que pour tout réel x de I , $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$ 0,5pt
- ii) Montrer que pour tout entier naturel n , $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$. 0,25pt
- iii) En utilisant un raisonnement par récurrence, montrer que pour tout entier naturel n , $|U_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^n}$ 0,75pt
- iv) Quelle est la limite de la suite (U_n) ? 0,25pt

B) EVALUATION DES COMPETENCES : 5pts

Situation :

François a travaillé pendant 30 ans comme agent de liaison dans une entreprise des biens et services. Dans les accords que François a eus avec son patron, il devait obtenir une augmentation fixe sur son salaire chaque année. Dans ses souvenirs, François sait que son salaire mensuel à la dixième année était de 69 000 Frs et qu'avant son départ à la retraite, le comptable de la boîte lui a présenté un cumul de tout son salaire pendant les 30 années : une somme de 30 780 000 Frs.

Pour régler les problèmes d'eau dans son village, François a fait appel à une entreprise pour creuser un forage. Pour atteindre la nappe phréatique qui est à 510m, cette entreprise creuse 2m le premier jour, 4m le deuxième, 8m le troisième jour et ainsi de suite.

Afin de payer les frais de scolarité de l'un de ses enfants, François décide d'emprunter une somme d'argent de 105 000 Frs. Un de ses amis lui prête aux conditions suivantes :

- un mois après le prêt, il doit rembourser 23000 Frs
- puis chaque mois, 1000 frs de moins que le précédent.

Tâches :

- 1- Déterminer le montant du premier salaire mensuel de François. 1,5pt
- 2- Combien de jours faut-il à cette entreprise pour atteindre la nappe phréatique ? 1,5pt
- 3- Après combien de mois François terminera-t-il son remboursement ? 1,5pt

Présentation : 0,5pt (Absences de ratures : 0,25pt ; Marge non violée : 0,25pt)