Ministère des Enseignements Secondaires **Test 4 : 2020-2021**
Lycée de MOFOLE **Classe : PD.**
Département de mathématiques **Durée : 3h, Coefficient : 4**

Épreuve de Mathématiques

L'épreuve est sur deux pages, deux grandes parties A et B , toutes obligatoires. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation de la copie du candidat. Soyez précis et propre.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15,5 PTS

Exercice 1 : 03 points

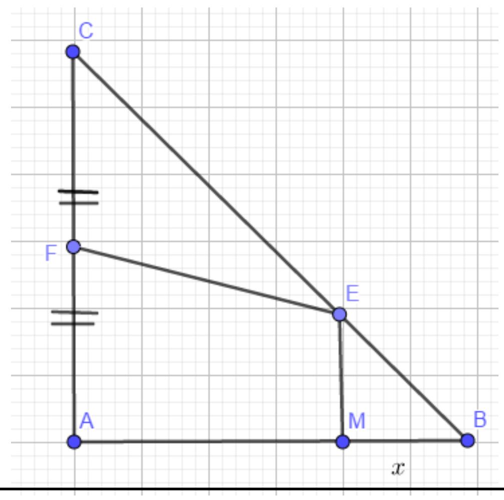
On considère un triangle ABC tel que $AB = 8$, $AC = 10$ et $BC = 6$ et I milieu du segment $[BC]$. $G = bar\{(A,2);(B,-1);(C;1)\}$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC . **0,25 pt**
2. Faire une figure et construire le point G . **0,75 pt**
3. Donner la nature du quadrilatère $ABIG$ et du triangle BGC (justifier) . **0,75 pt**
4. Soit M un point du plan l'on définit l'application f par $f(M) = 2MA^2 - MB^2 + MC^2$.
   (a) Montrer que $f(M) = 2(MG^2 + GA^2)$. **0,5 pt**
   (b) Construire l'ensemble (E) des points M du plan tel que $f(M) = 36$. **0,75 pt**

Exercice 2 : 03,25 points

1. Soit α un réel de l'intervalle $]0;\frac{\pi}{2}[$ tel que $cos(\alpha) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$
   (a) Calculer $sin(\alpha)$. **0,5 pt**
   (b) Déterminer $cos(2\alpha)$ et en déduire la valeur exacte de α . **0,75 pt**
2. (a) Montrer que $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$. **0,25 pt**
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + (1-\sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. **0,75 pt**
   (c) Déduire la résolution dans $]-\pi;\pi]$ de $2sin^2x + (1-\sqrt{2})sinx - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. **1 pt**

Exercice 3 : 02,75 points



On considère un triangle ABC rectangle et isocèle en A tel que $AB = 5cm$. Soit F le milieu de $[AC]$ et M un point libre sur $[AB]$. Soit (d) la perpendiculaire à (AB) passant par M elle coupe (AC) en E . On s'intéresse à la fonction f qui à $x = MB$ associe l'aire y du polygone $EFAM$.

1. Montrer que $EFAM$ est un trapèze et déduire que $EM = \frac{1}{2}x$. **0,75 pt**

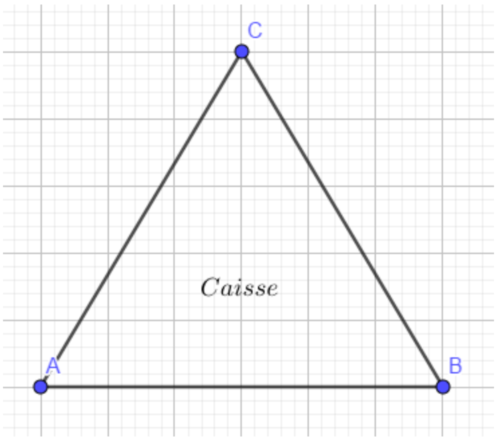
1. Déduire que l'Aire du trapèze $EFAM$ est $f(x) = \frac{1}{2}(x+5)(5-x)$. **0,75 pt**
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f . **0,25 pt**
3. Déterminer la valeur de x pour laquelle l'Aire du trapèze $EFAM$ est maximale . **1 pt**

Exercice 4 : 06,5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\{1\}$ par $f(x) = \frac{2x+3}{-x+1}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative .

1. Déterminer D_f , les limites aux bornes de D_f . et déduire les asymptote à $(\mathcal{C}_f)$.**1,75 pt**
2. Calculer $f'(x)$, étudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f .**1,75 pt**
3. Montrer que le point $A(0,3)$ appartient à $(\mathcal{C}_f)$. **0,25 pt**
4. Écrire une l'équation cartésienne de la tangente (T_A) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ en A . **0,5 pt**
5. Trouver les coordonnées du points B intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des ordonnées .**0,5 pt**
   (a) Montrer que le point $\Omega(1,-2)$ est centrer de symétrie à $(\mathcal{C}_f)$. **0,75 pt**
   (b) Tracer $(\mathcal{C}_f)$. **1 pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES :04,5 PTS



BABA est un menuisier dans la localité de **Mokong** . Un homme d'affaire résidant dans la ville de **Maroua** lui passe des commandes de caisses ayant la forme d'un triangle isocèle . Une de ces caisses est représenté ci-après , les sommets A, B et C sont les points images dans $]-\pi;\pi]$ des solutions de de l'équation trigonométrique : $2cos^3x + cos^2x - 5cosx + 2 = 0$ (on prendra $100m \longrightarrow 1$ unité et 1 est racine du polynôme $2X^3 + X^2 - 5X + 2 = 0$).

Après fabrication le client lui demande de l' expédier les caisses vers **Maroua** . **BABA** fait appel à une agence de location de véhicules qui propose un camion avec les critères suivants : **BABA** loue ce camion à $8000Frs$ par heure (camions et chauffeurs compris) pendant toute la durée de charge , de transport et décharge de caisses et recrute un certains nombre de manœuvres qu'il paie à $2000Frs$ chacun par heure pendant toute la durée du transport . La durée des opérations de charges et de décharge (avant et après le voyage) est inversement proportionnelle au nombre de manœuvres recrutés . Un seul manœuvre mettrait 2 heures pour les opérations de charge et décharge .**BABA** aimerait que le nombre de manœuvres rendent la dépense pour le transport de caisses minimal . Pour le retour **BABA** emprunte une voiture mais au niveau de **Gazawa** une roue de cette voiture éclate . Le chauffeur fait appel à un mécanicien pour changer la roue celui-ci lui demande le rayon de la roue qu'il a oublié . Le convoyeur se rappel que cette roue qui avait la forme d'un cercle est tel que tout point M de ce cercle vérifie la relation $ME^2 - 4MF^2 = 0$ avec $EF = 15m$ où la droite (EF) est un axe de symétrie de ce cercle .

Tache 1 : Déterminer la superficie de la caisse ABC . **1,5 pt**

Tache 2 :Déterminer le nombre de manœuvre pour lequel la dépense sera minimal **1,5 pt**

Tache 3 : Aider le chauffeur à déterminer le rayon de la roue percée. **1,5 pt**