# Épreuve de Mathématiques

*L'épreuve est sur deux pages, deux grandes parties A et B , toutes obligatoires. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation de la copie du candidat. Soyez précis et propre.*

## PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 PTS

**Exercice 1 : 04,5 points**

On considère les deux polynomes suivants : $P(x) = -x^3 + 7x + 6$ , $Q(x) = -x^2 + x + 6$ .

1. (a) Donner la forme canonique du polynôme $Q(x)$ et le factoriser si possible . **1 pt**
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation : $Q(x) = 0$ ; $Q(x) \geq 0$ . **0,75 pt**
2. (a) Calculer $P(-1)$ et conclure . **0,5 pt**
   (b) Déterminer trois réels $a, b$ et $c \in \mathbb{R}$ tels que $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$ . **0,75 pt**
   (c) Montrer que $P(x) = -(x+1)(x+2)(x-3)$ et résoudre dans $\mathbb{R}$ : $P(x) = 0$ . **0,75 pt**
   (d) Étudier le signe de $P(x)$ et déduire les solutions de l'inéquation $P(x) \leq 0$ . **0,75 pt**

**Exercice 2 : 03,25 points**

1. Soit $x$ un nombre réel strictement positif .
   (a) Démontrer que si $x < \sqrt{5}$ , alors $1 + \dfrac{4}{x+1} > \sqrt{5}$ ; **0,5 pt**
   (b) Démontrer que si $x > \sqrt{5}$ , alors $1 + \dfrac{4}{x+1} < \sqrt{5}$ . **0,25 pt**
2. $ABCD$ est un carré et $E$ est un point du plan tel que $BCE$ soit un triangle équilatéral . Soit $M$ le point tel que $\overrightarrow{BM} = (\sqrt{3} - 1)\overrightarrow{BC}$ et $I$ le milieu de $[BC]$ .
   (a) Faire une figure et montrer que $IE = \dfrac{\sqrt{3}}{2}BC$ . **0,75 pt**
   (b) On considère le repère $(A, B, D)$ .
      i. Déterminer les coordonnées des points $B$ , $C$ , $I$ , $M$ et $E$ . **1,25 pt**
      ii. Calculer la distance $IE$ . **0,25 pt**

**Exercice 3 : 03,75 points**

Soit $ABCD$ un parallélogramme de sens direct et de centre $G$ . $I$ le point tel que $\overrightarrow{IG} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BD}$

1. Faire une figure . **0,5 pt**
2. Démontrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$ : $(E)$. **0,75 pt**
3. Montrer que pour tout point $M$ du plan : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$ . **0,75 pt**
4. On souhaite démontrer que $G$ est l'unique point du plan vérifiant la relation $(E)$ . Soit $P$ un autre point du plan tel que : $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{0}$ : $(F)$
   (a) Déduire des relations $(E)$ et $(F)$ qu'on a : $4\overrightarrow{GP} = \overrightarrow{0}$ . **0,75 pt**
   (b) Conclure en utilisant le raisonnement par l'absurde . **0,5 pt**

5. Déterminer le point $M$ tel que : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{BD}$ . **0,5 pt**

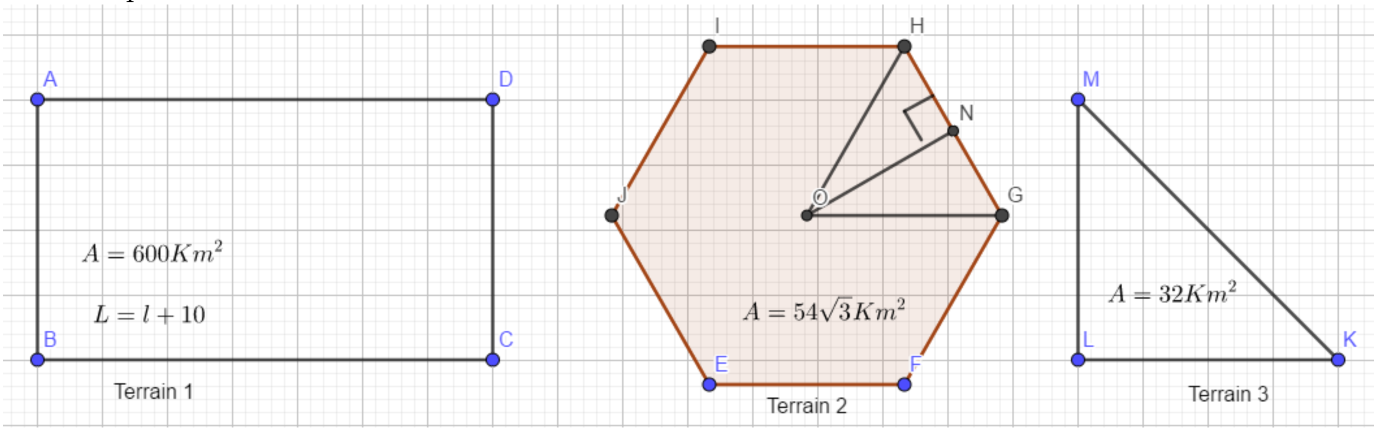
**Exercice 4 : 03,5 points**

Soit $(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ une base du plan .

1. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{u}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{i}+\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{j}$ est un vecteur unitaire . **0,25 pt**
2. Soit $ABC$ un triangle $M$ le milieu de $[AB]$ et $I$ le milieu de $[MC]$ .
   (a) Faire une figure et construire le point $K$ tel que : $\overrightarrow{CK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ . **0,5 pt**
   (b) Montrer que le triplet $R=(A,B,C)$ forme un repère du plan . **0,25 pt**
   (c) Déterminer les coordonnées des points $A$ , $B$ , $C$ , $I$ et $K$ . **0,75 pt**
   (d) Démontrer que les points $A$ , $I$ et $K$ sont alignés . **0,5 pt**
3. Soient les vecteurs $\overrightarrow{v}(x-1,-2x)$ et $\overrightarrow{w}(x,1)$ et $P(x)=2x^2+x-1$
   (a) Montrer que $P(x)=2(x+1)(x-\frac{1}{2})$ . **0,25 pt**
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$ . **0,5 pt**
   (c) Montrer que $det(\overrightarrow{v},\overrightarrow{w})=P(x)$ . **0,25 pt**
   (d) Déterminer $x$ pour que les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ forment une base du plan . **0,25 pt**

# PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : 05 PTS

**Mademoiselle Rosa** est une grande dame d'affaire dans la ville de **MOKOLO** . Elle possède trois terrains qu'elle aimerait mettre en valeur . Pour ce faire elle aura besoin des dimensions de chacun de ses terrains qu'elle a égaré . Elle se souvient juste de la superficie de chaque terrain comme l'indique la figure ci-dessous . Le terrain 1 a la forme d'un rectangle de superficie $600m^2$ et tel que la longueur $L$ dépasse la largeur $l$ de $10Km$ . Le terrain 2 a la forme d'un hexagone régulier de superficie $54\sqrt{3}Km^2$ . Le terrain 3 a la forme d'un triangle rectangle isocèle de superficie $32Km^2$ .




**Taches :Aider Mademoiselle Rosa à déterminer les dimensions du :**

**Tache 1 :** terrain 1 . **1,5 pt**

**Tache 2 :** terrain 2 **1,5 pt**

**Tache 3 :** terrain 3 **1,5 pt**

**Présentation :** **0,5 pt**