

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES / 15.5 points

Exercice 1 / 04,5 points

On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n} \end{cases}$

- (1pt) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n > 1$.
- (1pt) Montrer que $a \in]1, +\infty[$, on a $\frac{1}{\sqrt{a}+1} \leq \frac{1}{2}$.
- (1pt) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$
- (1pt) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $U_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
- (0.5pt) En déduire la limite de (U_n)

Exercice 2 / 4.5 points

- (2.5pt) Calculer les limites suivantes :
a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{4x - \pi}$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$; c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2+5} + 3x)$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + \ln x)$; f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$
- On donne une fonction rationnelle f définie par $f(x) = \frac{2x-5}{(x-2)(1-x)}$.
a. (1p) Démontre qu'il existe deux nombres réels a et b tels que : $f(x) = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{1-x}$
b. (1pt) Déterminer une primitive sur $]2; +\infty[$ de la fonction f .

Exercice 3: (6,5pts)

- (0.75pt) Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ le système : $\begin{cases} iz + \bar{z}' = -2\sqrt{3} \\ \bar{z} - iz' = -2 \end{cases}$
- On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 + (9i)z^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12) = 0$
a. (0.5pt) Montrer que (E) admet une solution réelle que l'on déterminera
b. (1.25pt) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)
- On donne dans le plan les points A ; B ; et C d'affixes $z_A = -2 + 2i$; $z_B = 2$ et $z_C = -1 + 6i$
a. (0.5pt) Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ et en déduire la nature du triangle ABC.
- On Donne $z_0 = 2i\sqrt{2}$
a. (0.5pt) Vérifier que $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.
b. (0.5pt) Détermine les racines cubique de z_0
c. (0.5pt) Linéariser $(\cos x)^4$
- Soit f l'application, qui a tout nombre complexe z différent de $-2i$, associe $f(z) = \frac{z-2+i}{z-2i}$
a. (1pt) On pose $z = x + iy$. Exprimer en fonction de x et de y , la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$
b. (0.5pt) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $f(z)$ soit un réel.
c. (0.5pt) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|f(z)| = 1$

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 04.5 points

Situation :

M. FOSSO lance une balle de tennis pour la faire rebondir au sol, Après le premier rebond, la balle atteint 10m de haut. A chaque rebond, la balle perd 30% de hauteur.

M. EFFA, un ami de M. FOSSO lui affirme que sa balle de football qu'il a lancé au sol au même moment que M. FOSSO et après le premier rebond a atteint 15m de haut (et qui perd 1.5m de haut à chaque rebond) a parcourue la même distance que celle de M.FOSSO

Taches :

- 1) Au cout de combien de rebonds le mouvement de la balle ne sera plus perceptible
(hauteur $\leq 1mm$?) **1.5pt**
- 2) Sachant que la balle a été lancé d'une hauteur initiale de 1.5m quelle distance la balle aura-t-elle parcourue au total ? **1,5pt**
- 3) Les propos de M.FOSSO sont-ils corrects ? **1,5pt**

BONNE CHANCE !!

EXAMINATEUR : Luis Fernamdez Fosso Michael Jackson