



Classe	Epreuve de Mathématiques	Séquence n° 3	Coef	Durée
TD	Année 2020/2021		4	3H

PARTIE A : évaluation des ressources (15,5pts)

Exercice 1 : 3pts

QCM : Choisir la bonne réponse

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^2 - 1}{x}$ est égale à : 1pt
a) 2 ; b) -2 ; c) 0 ; d) 1
- L'argument du nombre complexe $z = -3(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6})$ est : 1pt
a) $\frac{\pi}{6}$; b) $-\frac{\pi}{6}$; c) $\frac{5\pi}{6}$; d) $-\frac{5\pi}{6}$
- A, B, C et D sont les points d'affixes respectives $a = 1$; $b = i$; $c = -1$ et $d = -i$. 1pt
L'ensemble des points d'affixe z tel que $\frac{z+i}{z+1}$ soit imaginaire pur est :
a) La droite (CD) privée de C ; b) le segment [CD] privé de C ;
c) le cercle de diamètre [CD] privé de C ; d) la médiatrice de [AB].

Exercice 2 : 3,5pts

I/On considère le polynôme $p(z) = z^4 + 17z^2 - 28z + 260$ où z est un nombre complexe.

- Déterminer deux nombres réels a et b tels que $p(z) = (z^2 + az + b)(z^2 + 4z + 20)$ 0,5pt
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $p(z) = 0$. 1pt

II/1-Ecrire le nombre complexe $8i$ sous la forme exponentielle 0,5pt

2- En déduire les solutions dans \mathbb{C} sous la forme algébrique de l'équation : $z^3 = 8i$

III/Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = \sqrt{3} + i$, $z_B = -\sqrt{3} + i$ et $z_C = -2i$.

- Trouver le module et un argument de $Z = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. 0,75pt
- En déduire la nature exacte du triangle ABC. 0,5pt
- Faire une figure 0,25pt

Exercice 3 : 4,5 pts

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$

- Calculer u_1, u_2 et u_3 0,75pt
- a) Démontrer que pour tout entier $n \geq 4$, $u_n \geq 0$ 0,5pt
b) En déduire que pour tout entier $n \geq 5$, $u_n \geq n - 3$ 0,75pt
c) En déduire la limite de la suite (u_n) 0,75pt
- On définit la suite (v_n) par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}$
a) Démontrer que la suite (v_n) est suite géométrique de premier terme $-\frac{25}{2}$ et de raison $\frac{1}{3}$.
b) Exprimer v_n en fonction de n . 0,25pt
c) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{25}{4}(\frac{1}{3})^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$. 0,5pt
d) Montrer que (u_n) diverge. 0,25pt
f) Exprimer la somme $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$ en fonction de n . 0,5pt
g) Calculer S_{12} 0,25pt

Exercice 4 : 5,5ptsI/ Soit $z_1=1+i$ et $z_2=1+i\sqrt{3}$

1. Déterminer le module et un argument de z_1 et z_2 . 0,5pt
2. Ecrire sous formes algébrique et trigonométrique les nombres complexes $z_1, z_2, \frac{z_1}{z_2}$. 1,5pts
3. En déduire les valeurs de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$. 0,5pt

II/On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos x + \cos^2 x$

1. Etudier la parité de f . 0,25pt
2. Montrer que f est 2π -périodique. 0,25pt
- 3.a) Montrer que $f'(x) = -\sin x(1 + 2\cos x)$ 0,5pt
 - b) Montrer que f est strictement décroissante sur $[0, \frac{2\pi}{3}]$. 0,5pt
 - c) Montrer que f est strictement croissante sur $[\frac{2\pi}{3}; \pi]$. 0,5pt
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $\alpha \in [0, \frac{2\pi}{3}]$. 0,5pt
5. Tracer la courbe de f sur $[0, \pi]$ puis sur \mathbb{R} . 0,5pt

PARTIE B: évaluation des compétences (4,5pts)**Situation :**

Un monsieur 'Y' signe un contrat de dépôt bloqué (aucune possibilité de retrait avant l'échéance) et sans frais avec sa banque pour que son capital de 1 million, déposé le 1^{er} janvier 2021, soit remis avec une majoration à lui-même ou à ses ayant droits le 31 décembre de l'année T où ce capital doublera (c'est la maturité du contrat). M. 'Y', très peu familier des mathématiques, vous présente le contrat où est écrit « le montant des avoirs déposés évoluent suivant la formule suivante donnant au nombre d'année(s) écoulé(s) t , le montant $(1,03)^t$ millions ». Le jour du dépôt initial du capital, le M. 'Y' apprend que son épouse vient d'accoucher sa fille qui restera son unique enfant 35 ans plus tard, à la mort de 'Y'. X, un de vos camarades de classe à qui M. 'Y' a présenté le contrat, dit qu'il aurait été plus profitable pour le monsieur, de placer ce capital d'un million au taux d'intérêt annuel composé de 4% sur 22ans dans une autre banque 'B', tout en payant 50000FCFA de frais annuels de tenue de compte.

Taches

- 1-Dire quand la fille ou M. 'Y' pourra au plus tôt récupérer les deux millions. 1,5 pt
- 2-Expliquer si la fille de Monsieur 'Y' sera vivante à la date de maturité T. 1,5pt
- 3-Conseiller M.'Y' sur le choix le plus avantageux pour lui entre le contrat initial et celui de la banque B. 1,5pt