

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES : TEST No 1**Évaluation ressources:** Nombres complexes (/10,5pts) ; Récurrence (/4pts). **Évaluation/compétences :** Nombres complexes (/4,5pts).Copie remise le : / / 2020. **Nom(s)+signature du parent :**

[NB : CHAQUE ELEVE RECOPIERA CES 02 LIGNES]

Évaluation des ressources (14,5 pts)**Exercice 1 :** Soit (E) : $z^2 + (1 - i)z - i = 0$ une équation d'inconnue complexe (E).

- 1- Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation (E) d'inconnue z . 02pts
- 2- Quel est l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que $|2i - 1 - 2i \cdot \bar{z}| = 2$? 01,5pt
- 3- Quel est l'ensemble des points $M(z)$ du plan tels que $|2i - 1 - 2i \cdot \bar{z}| = |z + 1 + i|$? 02pts

Exercice 2 :

Recopier puis compléter ce tableau :

05 pts

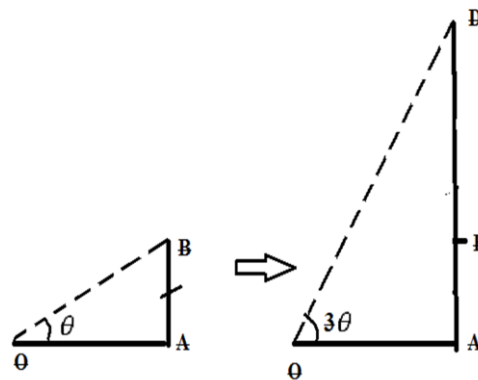
	$(1 + i)^3$	$\frac{i - 1}{2i}$	i^{2019}	-1
Partie réelle				
Partie imaginaire				
Module				
Argument				
Forme exponentielle				
Forme trigonométrique				
Conjugué				

Exercice 3 : Montrer par récurrence sur n que

- a- Montrer que pour tout entier naturel n , $n! \geq 2^{n-1}$. 2pts
- b- Montrer que pour tout entier naturel n non nul, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ en remarquant que $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$. 2pts

Évaluation des compétences (4,5 pts)**Situation-problème :**

L'ingénieur Toto aimerait réaliser trois travaux : (T1) **déterminer la hauteur AD en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$** avec l'identité de Moivre sachant que la poutre [OB] qui faisait d'abord un angle θ avec [OA], a été rallongée en [OD] qui fait maintenant un angle 3θ avec [OA]. On sait que $OA = 1,5$ mètre(s) ; (T2) **estimer l'abscisse exacte du point B** en fonction de θ sur une visualisation de la figure OAB rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , avec $\vec{i} = \frac{1}{OA} \vec{OA}$ et \vec{j} un vecteur unitaire faisant un angle de $\frac{\pi}{2}$ avec \vec{i} , dans un logiciel de dessin assisté par ordinateur ; (T3) **Dessiner aussi l'ensemble (E)** des points $M(z)$ tels que $\arg\left(\frac{z-b}{z-1,5}\right) = \frac{\theta}{2}$ (à 2π près) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) avec b l'abscisse du point B dans ce repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

**Tâches :**

- 1- **Déterminer la hauteur AD en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$.** (1,5pt)
- 2- **Estimer l'abscisse exacte du point B en fonction de θ .** (1,5pt)
- 3- **Dessiner aussi l'ensemble (E) sur la figure OAB reproduite.** (1,5pt)

Présentation générale: 01 point