

**Epreuve de Mathématiques**  
 Examinatrice : M. TEBAYA AMBROISE

**EVALUATION DES RESSOURCES/**

(15,5 points)

**Exercice 1 /** (05 points)

1. Calculer  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$  0,5pt
2. On considère l'équation (E):  $4x^2 + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$  et l'inéquation (I):  $4x^2 + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} > 0$ 
  - a. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E). 1pt
  - b. En déduire dans  $\mathbb{R}$  les solutions de l'inéquation (I) 0,75pt
3. On considère l'équation (E'):  $-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{6} + 4 = 0$  et l'inéquation (I') :  $-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{6} + 4 > 0$ 
  - a. En déduire dans l'intervalle  $[0 ; 2\pi]$  les solutions de l'équation (E'). 1,25pt
  - b. En déduire dans  $[0 ; 2\pi]$  les solutions de l'inéquation (I'). 0,75pt
4. a. Placer les images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique. 0,5pt  
 b. Quelle est la nature du polygone obtenu ? 0,25pt

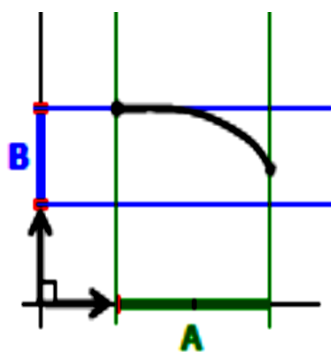
**Exercice 2 /** (05,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$ . Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies par:

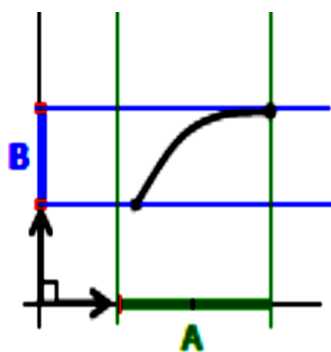
$$f: [-1; +\infty[ \rightarrow [-2; +\infty[ \quad \text{et} \quad g: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow x^2 + 2x - 1 \quad \quad \quad x \rightarrow \frac{2x+3}{x+2}$$

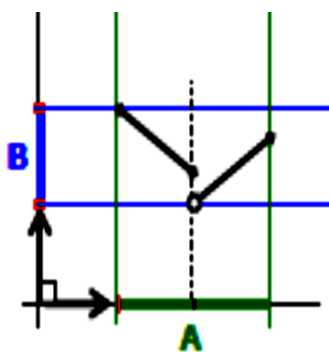
1. a. Ecrire  $f(x)$  sous forme canonique. 0,5pt  
 b. Montrer que  $f$  admet un minimum et préciser la valeur en laquelle ce minimum est atteint. 0,5pt
2. a. Montrer que  $f$  est une application bijective et expliciter sa bijection réciproque. 1pt  
 b. Déterminer les ensembles de définition des fonctions  $f \circ g$  et  $g \circ f$  1pt  
 c. Expliciter  $(f \circ g)(x)$  et  $(g \circ f)(x)$  1pt
3. Dire parmi les applications suivantes, celle qui est injective, surjective ou bijective. 1pt



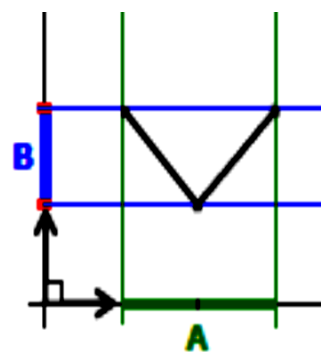
**Fig. a**



**Fig. b**



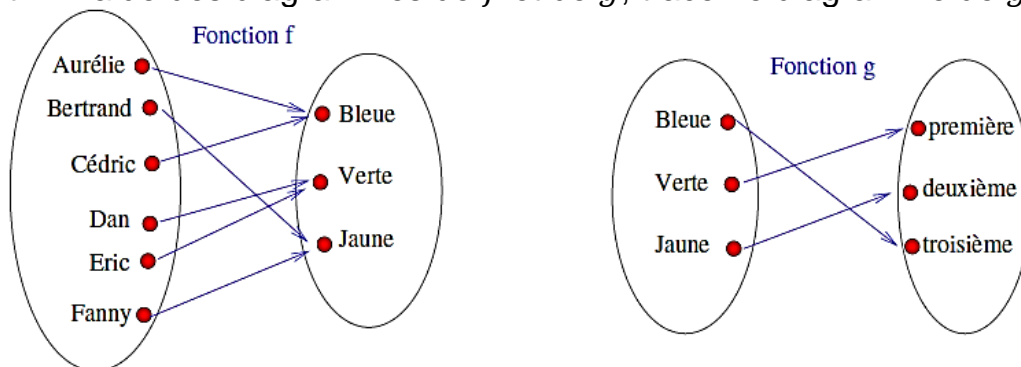
**Fig. c**



**Fig. d**

4. Soit  $A$  l'ensemble des prénoms d'un groupe d'amis qui participent à un tournoi sportif. Soit  $B$  la couleur des équipes et  $C$  le classement à l'issue des matches.

On appelle  $f$  la fonction qui à chaque personne fait correspondre la couleur de son équipe. On appelle  $g$  la fonction qui à chaque équipe fait correspondre son classement.  $g \circ f$  sera donc la fonction qui à chaque personne fait correspondre son classement. A l'aide des diagrammes de  $f$  et de  $g$ , tracer le diagramme de  $g \circ f$ . **1pt**



**Exercice 3 / (05 points)**

L'unité de longueur est le centimètre.  $ABC$  est un triangle tel que  $AB = AC = 5$  et  $BC = 6$ .  $I$  est le milieu de  $[BC]$  et  $G$  le centre de gravité du triangle  $ABC$ .

1. a. Faire une figure. **0,5pt**  
 b. Démontrer que  $G$  est le barycentre des points pondérés  $(A ; 1)$  et  $(I ; 2)$ . **0,5pt**
2. a. Calculer les longueurs :  $AI$ ,  $GA$  et  $GI$ . **1pt**  
 b. Démontrer que pour tout point  $M$  du plan :  $MA^2 + 2MI^2 = 3MG^2 + \frac{32}{3}$  **0,75pt**  
 c. Déterminer l'ensemble  $(E)$  des points  $M$  du plan tels que :  $MA^2 + 2MI^2 = 32$ . **1pt**
3. Soit  $(F)$  l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :  $\vec{MA} \cdot \vec{MI} - MA^2 = 0$ . **0,75pt**  
 a. Déterminer  $(F)$ . **0,5pt**  
 b. Donner la position relative de  $(E)$  et  $(F)$ .

**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/**

**(04,5 points)**

M. IKSE possède un champ composé de deux carrés  $ABCD$  et  $CEFG$  et d'un triangle  $BCE$  rectangle en  $B$ .

En faisant des marches d'inspections sur son champ, M. IKSE trouve un bloc de marbre de forme parallélépipédique de  $32\text{ cm}$  de long,  $10\text{ cm}$  de profondeur et de  $6\text{ cm}$  de hauteur. Il apporte ce bloc de marbre à un atelier de menuiserie où il souhaite récupérer le « cœur » de ce bloc pour en faire un objet de décoration. Pour se faire, on rabote chaque côté de ce pavé droit d'une épaisseur de  $x\text{ cm}$ .

A côté de l'atelier de cette menuiserie se trouve un carrefour de quatre routes perpendiculaires assimilé à un plan muni du repère orthogonal dont l'origine est le carrefour. Un taximan ramène M. IKSE chez lui où il parcourt l'une de ces routes serpentinees assimilée à la courbe de la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie par  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels.

1. Déterminer la valeur de la longueur  $x$  du côté  $[BE]$  du triangle  $BCE$  afin que l'aire totale du champ soit de  $200\text{ m}^2$  **1,5pt**
2. Pour quelle valeur de  $x$ , le volume de la partie rabotée est égale au volume du « cœur » de cette pièce. **1,5pt**
3. Déterminer l'expression de l'équation de la trajectoire de cette route lorsque ce taximan rencontre trois nids de poules (trous) en des points  $A(-2; 6)$ ,  $B(-1; 4)$  et  $C(\frac{1}{2}; -\frac{7}{8})$  de cette route. **1,5pt**

