Collège Jean TABI d'Etoudi
Département de maths
BP 4174-Yaoundé
Tél/Fax : 222.21.60.53
N/Réf : CJT/20-21/DH/AB/CSM

Bona

Année scolaire 2020-2021
Période n°2
Classe : T^{le} D
Durée : 4Heures
Coef. : 4

DEVOIR HARMONISE DE MATHEMATIQUES DU 30/11/2020

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : (5 points)

On considère le polynôme : $P(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$

1. Vérifier que 0 n'est pas une racine de P. (0,5 pt)
2. Soit $z_0 \in \mathbb{C}^*$.
   a) Exprimer $P(\overline{z_0})$ et $P\left(\frac{1}{z_0}\right)$ en fonction de $P(z_0)$. (1 pt)
   b) En supposant que z_0 est une racine de P,
   déduire de ce qui précède qu'il en est aussi de même pour $\overline{z_0}$ et $\frac{1}{z_0}$. (1 pt)
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : (E): $2z^2 - 6z + 5 = 0$. (1 pt)
4. Montrer que : $\forall z \in \mathbb{C}^*$ $P(z) = z^2\left[2\left(z+\frac{1}{z}\right)^2 - 6\left(z+\frac{1}{z}\right) + 5\right]$. (0,5 pt)
5. Déduire des questions précédentes toutes les racines de P dans $\mathbb{C}$. (1 pt)

Exercice 2 : (5 points)

On suppose le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.
A, B et C sont les points d'affixes respectives $2+3i$, $2-2i$ et $1+\sqrt{3}i$.
Soit $\mathbb{S}$ la similitude directe de centre B qui transforme A en O.

1. Ecrire l'expression analytique de $\mathbb{S}$. (1,5 pt)
2. Soit (Δ) la droite d'équation : $y = -x$.
   a) Vérifier que les points B et O appartiennent à (Δ). (0,5 pt)
   b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ'), image de (Δ) par $\mathbb{S}$. (1 pt)
3. Soit D Le point tel que : $\overrightarrow{BD} = \frac{4}{5}\overrightarrow{BA}$.
   a) Déterminer l'affixe de D. (0,5 pt)
   b) Déterminer la mesure des angles $\left(\widehat{\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OB}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}}\right)$. (1 pt)
   c) Que peut-on en déduire quant aux points B, O, C et D ? (0,5 pt)

Exercice 3 : (5 points)

1. Soit f la fonction de la variable réelle telle que : $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \in]3;4[\\ \frac{x^2-3x-1}{x-3} & \text{si } x \notin]3;4] \\ a & \text{si } x = 4 \end{cases}$ (avec $a \in \mathbb{R}$)
   a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. (0,5 pt)
   b) Etudier la continuité de f en 3. (1 pt)
   c) Déterminer la valeur de a pour laquelle f est continue en 4. (1 pt)
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x + 1$.
   a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-1;1[$. (1 pt)
   b) Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} près. (0,75 pt)
   c) Déterminer l'image directe par g de l'intervalle $]-2;1]$. (0,75 pt)

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES (5points)

Situation :

Le «Grand tour cycliste international Chantal Biya », est une compétition qui se tient toutes les années dans notre pays. Pour y participer, Djibril, un cycliste professionnel se donne pour condition d'être capable de parcourir 40 km en un intervalle d'une heure de temps. A cet effet, il décide de partir de Yaoundé à Mbalmayo au moyen d'un vélo de course équipé d'un gadget (appareil) servant à analyser sa course en relevant en temps réel des données relatives à la distance parcourue à un instant quelconque t de son déplacement.

Lorsqu'il arrive à Mbalmayo, il constate qu'il a parcouru les 60 km qui séparent cette ville de Yaoundé en une heure et trente minutes.

Son gadget lui révèle aussi les informations suivantes :

- La distance $\mathbf{d(t)}$ en Km, parcourue $\mathbf{t}$ minutes ($\mathbf{t} \in [1; 15]$) après son départ de Yaoundé peut être modélisée par la formule : $\mathbf{d(t)} = \frac{1}{2}\mathbf{t}^2 - \frac{43}{8}\mathbf{t} + \frac{39}{4}$;
- Après une heure de route, il n'avait pas encore parcouru 40 km ;
- 30 minutes après son départ, il n'avait pas encore parcouru 20 km.

Tâches :

1. La performance de Djibril lui permet-elle de participer à ce tour cycliste? (1,5 pt)
2. Existe-t-il un intervalle de 45mns pendant lequel il a parcouru exactement 30km ? (1,5 pt)
3. A quelle vitesse roulait Djibril 10mns après son départ de Yaoundé ? (1,5 pt)

Présentation : 0,5point