LYCEE BILINGUE DE MENDONG **DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES**

Classe de T^{le} D Coef : 4 **Année scolaire : 2020 - 2021**

Durée : 2h

Contrôle continu de mathématiques N° 1

PARTIE A : évaluation des ressources 15.5pts

EXERCICE 1 : Démonstrations 6.5points

1. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier n $u_{n+1} = 5u_n + 4$ montrer que pour tout entier n , $u_n > 0$ 1pt
2. Démontrer que pour tout n entier $4^n + 5$ est un multiple de 3 1pt
3. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -3$ et pour tout entier n , $5 - 4u_n$ montrer que pour tout entier n $u_n = (-4)^{n+1} + 1$ 1pt
4. On pose $s_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots \ldots \ldots + n^2$ avec $n \geq 1$
   a. Calculer S_1, S_2, S_3 *et* S_4 exprimer s_{n+1} en fonction de S_n 1pt
   b. Démontrer récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$: 1pt
   $$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
5. La suite (u_n) est définie par $u_0 \in]0\,;1[$ et $u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$
   a. Etudier les variations de la fonction f définie par $f(x) = x(2 - x)$0.5pt
   b. Démontrer par récurrence que pour tout entier $n, 0 < u_n < 1$ 1pt

EXERCICE 2 : pas d'affirmations gratuites ! 3points

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant sa réponse

a. Une suite convergente est bornée 0.5pt
b. Une suite bornée est convergente 0.5pt
c. Une suite qui tend vers $+\infty$ ne peut pas être majorée 0.5pt
d. Si $u_n - v_n$ tend vers 0 alors u_n *et* v_n ont la même limite 0.5pt
e. Si (u_n) *et* (v_n) tendent vers $+\infty$ alors $u_n - v_n$ tend vers 3 0.5pt
f. Si pour tout $n \geq 10$: $|u_n - 3| \leq \frac{1}{n^2}$ alors (u_n) converge vers 3 0.5pt

EXERCICE 3 : conjugaison sans verbes ! 6points

Soit (P) le plan rapporté à un repère orthonormé direct ($O\ \vec{u}, \vec{v}$) d'unité graphique 2cm. On considère les trois nombre complexes non nuls deux à deux distincts a, b *et* $c$tels que $|a| = |b| = |c|$ .On désigne par A l'image dans (P) de

a, B celle de b et C celle de c, on note H le point d'affixe $a+b+c$ le but de l'exercice est de montrer que H est l'orthocentre du triangle ABC.

1. a) $w = \bar{b}c - b\bar{c}$ exprimer $\bar{w}$ en fonction de w en déduire que w est un nombre imaginaire pur ou nul 1pt

   b) Montrer à l'aide de la question a) que $(b+c)(\bar{b} - \bar{c})$ et $\frac{b+c}{b-c}$ sont des imaginaires purs ou nuls 1pt

2. a) Exprimer en fonction de a, b et c les affixes des vecteurs

$\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{CB}$ 1pt

   b) Utiliser 2a) et 1b) pour montrer que la droite (AH) est la hauteur passant par A triangle ABC 1pt

   c) Expliquer, sans calculs supplémentaires, pourquoi H est le point d'intersection des trois hauteurs du triangle ABC 0.5pt

3) Placer les points ABC et H dans le plan (P) en donnant respectivement les valeurs $\sqrt{3}+i$; $-1+i\sqrt{3}$; $-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$ à a, b et c 1.5pt

PARTIE B : évaluation des compétences 4.5pts

Au salon de l'automobile de babana-city M. TISS fait un constat qui le laisse perplexe. Une automobile est vendue neuve au prix de 15000€ au premier janvier 2002, on calcule sa « cote » annuelle (prix de vente estimé) de la façon suivante :

Chaque année la nouvelle cote au 1er janvier est égale à la précédente diminuée de 25%, le tout étant augmenté de 500€. Désireux lui-même de s'acheter un véhicule il se donne les moyens de savoir s'il en est capable car il ne dispose que d'une somme de 5000€. Pour cela il appelle P_n le montant de la cote au 1er janvier de l'année $2002+\mathrm{n}$ et il pose $u_n = p_n - 2000$

<u>Tache1</u> : apres avoir calculer les 03 premières cotes de l'automobile exprimer p_{n+1} en fonction de p_n 1.5pt

<u>Tache 2</u> : En remarquant que u_n est une suite géométrique. calculer la limite de p_n 1.5pt

<u>Tache 3</u> : A partir de quelle année M. TISS pourra -t-il être capable de s'acheter cette voiture dans ces conditions (on rappelle que pour tout $a \in \mathbb{R}_+^*$ et $b \in \mathbb{R}_+$ $a^n \leq b \Rightarrow n \leq \frac{\ln b}{\ln a}$, où $\ln$ *est la fonction logarithme neperien*) 1.5pt