Lycée de Bamenkombo
Departement de mathématiques
Année scolaire 2019-2020

Durée :3h00min

Classe : P_D
Examinateur : M. TAGNI
Coef :4

Épreuve de mathématiques | **Évaluation de fin du premier trimestre**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront pris en compte lors de la correction de la copie du candidat.

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES(15, 5 points)

Exercice 1 : *(2 points)*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de Gauss le système (S) suivant : (S) : $\begin{cases} x+3y+2z &= 7 \\ 3x-y-z &= 4 \\ 2x+y+4z &= 9 \end{cases}$ [1pt]
2. En déduire dans $\mathbb{R}^3$ la solution du système (S') : $\begin{cases} |x|+\frac{3}{y}+2(z-3) &= 7 \\ 3|x|-\frac{3}{y}-(z-3) &= 4 \\ 2|x|+\frac{3}{y}+4(z-3) &= 9 \end{cases}$ [1pt]

Exercice 2 : *(3,5 points)*

1. Vérifier que $(1+\sqrt{3})^2 = 4+2\sqrt{3}$. [0.25$pt$]
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^4+(1-\sqrt{3})x^2-\sqrt{3}=0$. [1$pt$]
3. Les élèves d'une classe de première organisent une excursion. Pour cela, ils louent un bus à $12000FCFA$. Au moment du départ Quatre (04) nouveaux élèves s'ajoutent et chacun des partants doit payer $1000FCFA$ de moins.
   On désigne par x le nombre initial des participants à l'excursion et y la somme à payer par chacun.
   a) Montrer que x et y vérifient le système (S) : $\begin{cases} xy &= 12000 \\ (x+4)(y-1000) &= 12000 \end{cases}$ [0.5pt]
   b) Montrer que (S) conduit à l'équation (E) : $x^2+4x-48=0$. [0.75pt]
   c) Déterminer le nombres d'élèves qui participent à l'excusion et la somme que chacun doit payer. [1pt]

Exercice 3 : *(5 points)*

I) ABC est un triangle quelconque. M est le milieu de $[AC]$. N et P sont les points tels que : $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1. Faire la figure. [0, 5pt]
2. Démontrer que les droites $(MB), (NC)$ et (PA) sont concourantes. [1pt]

II) ABCD est un carré de côté 4 cm. G est le barycentre des points pondérés $(A;1), (B;1)$ et $(C;2)$. I est le milieu de $[AB]$.

1. Démontrer que, pour tout point M du plan, on a : $MA^2+MB^2 = 2MI^2+8$. [0, 75pt]
2. Déterminer et construire l'ensemble (Γ_1) des points M du plan tels que : $MA^2+MB^2 = 16$. [0, 75pt]
3. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$. [0, 75pt]
4. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}$ est indépendant de M. [0, 25pt]

5. Déterminer l'ensemble (Γ_2) des points M du plan tels que : $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ $[0,5pt]$

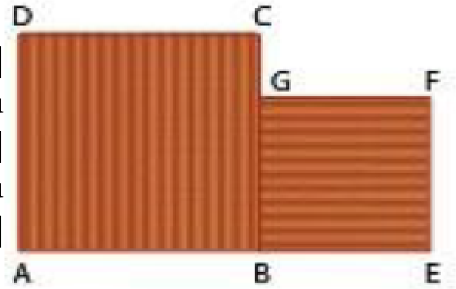
Exercice 4 : *(5 points)*

1. a) Soient a et b deux nombres réels tels que $a-b \notin]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$, $a \notin]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$ et $b \notin]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$.
   Démontrer que $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1+\tan a \tan b}$. $[0.5pt]$
   b) Sachant que $\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{6}$, calculer $\tan\dfrac{\pi}{12}$. $[0.5pt]$
2. Déterminer la valeur exacte de $\cos\dfrac{11\pi}{6}$ et de $\sin\dfrac{11\pi}{6}$ $[1pt]$
3. Démontrer que $\cos^2 a = \dfrac{1+\cos 2a}{2}$. $[0.5pt]$
4. On donne $A(x) = -\sqrt{2+\sqrt{3}}\cos x + \sqrt{2-\sqrt{3}}\sin x$
   a) Déterminer la valeur exacte de $\cos\dfrac{11\pi}{12}$ et de $\sin\dfrac{11\pi}{12}$ en justifiant votre réponse. $[0,75pt]$
   b) Résoudre de $[0,2\pi[$ l'équation $A(x) = \sqrt{2}$. $[1pt]$
   c) Résoudre de $\mathbb{R}$ l'inéquation $A(x) < \sqrt{2}$. $[0.75pt]$

Partie B : ÉVALUATION DES COMPETENCES(4,5 points)

Un grand technicien d'élévage de la ville dispose de deux terrains justaposés ayant chacun une forme carrée. Le terrain $ABCD$ de diagonale $50m$ est reservé uniquement aux porcs et le terrain $BEFG$ de diagonale $25m$ aux poules. On a pu compter 120 têtes et 340 pattes d'animaux. Ce technicien ne sachant pas comment il doit construire les points d'eau dans ces deux terrains est conseillé par un docteur véterinaire qui lui propose deux options obligatoires :
Option 1 : Pour les porcs construit un point d'eau en un point M tel que $\frac{MA}{MC} = 2$.
Option 2 : Pour les poules construit un point d'eau en un point M tel que $MB^2 - MF^2 = -50$.

- **Tâche 1 :** Déterminer le nombre d'animaux par espèces. $[1,5pts]$
- **Tâche 2 :** Déterminer l'ensemble des positions du point d'eau pour l'option 1 . $[1,5pts]$
- **Tâche 3 :** Déterminer l'ensemble des positions du point d'eau pour l'option 2 . $[1,5pts]$



Jeu Bilingue : Quetions bonus. $[1pt]$
Traduire les groupes de mots suivants en anglais : **cercle trigonométique** et **ensemble solution**.

Bonne chance !