

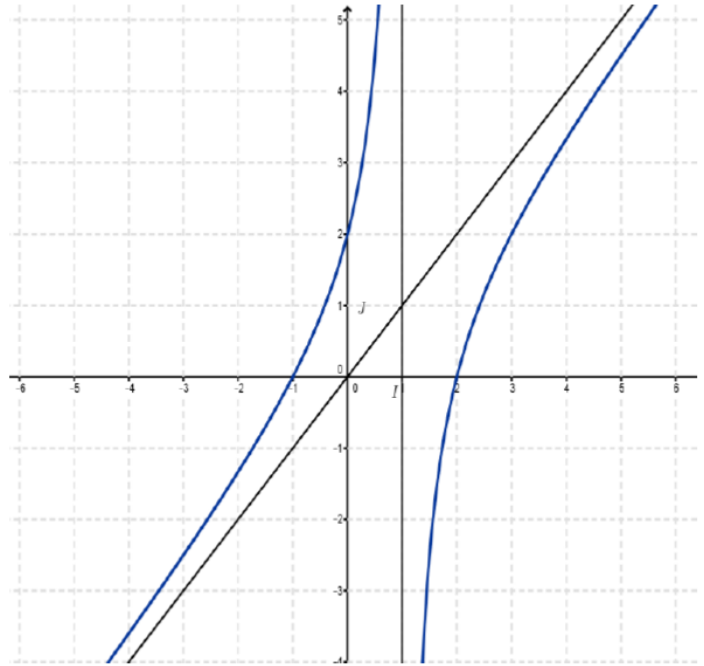
EVALUATION TRIMESTRIELLE N°1

Partie A: Evaluation des ressources

15.5pts

Exercice1: 8 pts

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ dont la courbe représentative est donnée par la figure ci-contre.



1. Déterminer $f(-1)$, $f(2)$, $f(0)$ et $f(3)$. [1pt]
2. Déterminer le signe de f . [0,5pt]
3. Tracer le tableau de variation de f . [0,5pt]
4. Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} les équations et l'inéquation suivantes.
 - a. $f(x) = 2$. [0,5pt]
 - b. $f(x) = 0$ [0,5pt]
 - c. $f(x) < 2$. [0,5pt]
5. On pose $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ et $h(x) = f(|x|)$.

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions g et h . [0,5pt]

6. Montrer que la fonction h est paire. [0,5pt]
7. Reproduire la courbe de f et construire sur le même graphe et en pointillés la courbe représentative de la fonction g . [0,75pt]
8. On se propose de déterminer trois réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

a. Montrer que a, b et c sont des solutions du système

$$(S): \begin{cases} -2a + 2b - c = 0 \\ 2a + b + c = 0 \\ 6a + 2b + c = 4 \end{cases} \quad [0.75pt]$$

b. En déduire donc les valeurs de a, b et c . [0,75pt]

9. Soit m une fonction numérique d'une variable réelle définie par $m(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}$.

a. Montrer que $I(1, 1)$ est un centre de symétrie à la courbe (C_m) . [0,75pt]

b. m est-elle égale à f ? Justifier votre réponse. [0,5pt]

Exercice 2 : 5.75 pts

Dans le plan (P) , on considère un triangle équilatéral ABC . On pose $AB=a$. Soit I le milieu du segment $[BC]$ et O le centre du triangle ABC . Les points K et J sont tels que $\vec{AK} = 2\vec{AB}$ et $\vec{AJ} = 2\vec{AC}$.

1. Démontrer que les points A, O et I sont alignés. **0.5pt**
2. a. Justifier l'existence du point G barycentre des points pondérés $(A, -1), (B, 2)$ et $(C, 2)$ puis placer les points I, J, K, G et O sur la même figure. **1.25pt**
- c. Calculer AG, BG et CG en fonction de a . **0.75pt**

d. Démontrer que le triangle ACG est rectangle en C . 0.25pt

e. Montrer que les droites (AI) , (CK) et (BJ) sont concourantes en un point que l'on précisera. 0.5pt

3. On désigne par (D) l'ensemble des points M du plan tels que $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{CG} = a^2$. (1)

a. Montrer que la relation (1) est équivalente à la relation $\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{CG} = \frac{a^2}{3}$ (2) 0.25pt

b. Démontrer que le point A appartient à (D) . 0.5pt

c. Montrer que la relation (2) est équivalente à $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CG} = 0$. 0.25pt

d. En déduire l'ensemble (D) . 0.25pt

4. Déterminer en fonction de a , l'ensemble (E) des points M du plan tels que

$$-MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = \frac{110}{9}a^2 \quad \text{0.75pt}$$

Exercice 3 : 1.5 pts

Soit la fonction numérique d'une variable définie par : $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$
 $x \rightarrow \frac{2x+1}{-x+1}$

Montrer que f est bijective et déterminer sa bijection réciproque.

Partie B: Evaluation des compétences 4.5pts

Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en appel aux systèmes d'équations pour déterminer l'effectif d'un groupe et utiliser les barycentres pour déterminer des positions géométriques.

Un grand technicien d'élevage de la ville dispose de deux terrains juxtaposés ayant chacun une forme carrée. Le terrain $ABCD$ de diagonale $50m$ est réservé uniquement aux porcs et le terrain $BEFG$ de diagonale $25m$ aux poules. On a pu compter 120 têtes et 340 pattes d'animaux. Ce technicien ne sachant pas comment il doit construire les points d'eau dans ces deux terrains est conseillé par un docteur vétérinaire qui lui propose deux options obligatoires :

Option 1 : Pour les porcs construit un point d'eau en un point M tel que $\frac{MA}{MC} = 2$.

Option 2 : Pour les poules construit un point d'eau en un point M tel que $MB^2 - MF^2 = -50$.

- **Tâche 1** : Déterminer le nombre d'animaux par espèces. [1, 5pts]

- **Tâche 2** : Déterminer l'ensemble des positions du point d'eau pour l'option 1. [1, 5pts]

- **Tâche 3** : Déterminer l'ensemble des positions du point d'eau pour l'option 2. [1, 5pts]

