Ministère des Enseignements Secondaires
Délégation Régionale du Centre
Collège Saint Augustin
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2019/2020
Durée : 3H Coeff : 4
Classe : 1ère D
Examinateurs : BITCHOU, KEMMENE, TCHIO

EVALUATION DE MATHEMATIQUES N° 2

NB **Le sujet comporte deux parties obligatoires sur 20 points. Le correcteur tiendra compte de la clarté dans la rédaction et de la cohérence dans les idées. Justifier toutes vos affirmations.**

Partie A : Evaluations des ressources (15.5pts)

Exercice 1 : [4pts]

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{8-x}-x+2=0$ **[0,75pt]**

2) On considère l'équation (E) : $x^4+10x^3+26x^2+10x+1=0$

a) Montrer que 0 n'est pas solution de cette équation. **[0,5pt]**

b) Démontrer que (E) est équivalente à l'équation $x^2+10x+26+\frac{10}{x}+\frac{1}{x^2}=0$ **[0,5pt]**

c) On pose $X=x+\frac{1}{x}$ Montrer que $x^2+\frac{1}{x^2}=X-2$ **[0,5pt]**

d) Déduire que si x est solution de (E) alors X est solution de l'équation
(E') : $X^2+10X+24=0$ **[0,75pt]**

e) Résoudre (E') et en déduire les solutions de (E). **[1pt]**

Exercice 2 : [4.5pts]

I. 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases} x-y+z=-2 \\ 4x+2y+z=7 \\ x+y+z=6 \end{cases}$ **[1,5pt]**

2) Déterminer les réels a, b et c pour que la parabole (P) d'équation ax^2+bx+c dans un repère orthonormé passe par les points A(-1, -2), B(2, 7) et C(1, 6). **[1pt]**

II. 1) Calculer $\left(2+\sqrt{3}\right)^2$ **[0,5pt]**

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2+\left(2+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}=0$ **[0,75pt]**

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-2x^2+\left(2+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{3}>0$ **[0,75pt]**

Exercice 3 : [4pts]

ABC est un triangle équilatéral de coté 4cm. P est le milieu de [AB], G est le milieu de [PC], K est le point tel que $\overrightarrow{CK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et J est le barycentre des points (A, 1) et (C, 2).

1) Réalisez une figure où vous placerez les points P, G, K et J. **[1pt]**

2) Ecrire K comme barycentre des points B et C affectés des coefficients à préciser. **[0.5pt]**

3) Démontrer que les points A, G et K sont alignés. **[0.5pt]**

4) Démontrer que les droites (AK), (BJ) et (CP) sont concourantes en G. **[1pt]**

5) Soit (C) l'ensemble des points M du plan tels que $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=16$

a) Déterminer le réel k tel que pour tout M, $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{MG}$ **[0.5pt]**

b) Déduire la nature de (C) et le construire. **[0.5pt]**

Exercice 4 : [3pts]

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath}\,\vec{\jmath}\,)$ Soit A($-1,2$) et B($1,3$) deux points du plan. (Γ) est le cercle de centre A et passant par B

1) Montrer qu'une équation cartésienne du cercle (Γ) est $x^2+y^2+2y-4y=0$. **[1pt]**

2) Donner une représentation paramétrique du cercle (Γ). **[1pt]**

3) (Γ) coupe la droite (d) d'équation $x=1$ en deux points.

Donner les coordonnées de ces points. **[1pt]**

Partie B : Evaluation des compétences **[04.5pts]**

Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en utilisant les barycentres pour déterminer des positions géométriques.

Afin d'alimenter deux villages A et B distants de 100m en eau potable, les élites du village font appel à trois ingénieurs.

- L'ingénieur 1 demande de construire des forages en des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 10000$
- L'ingénieur 2 demande de les construire en des points P tels que $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB} = -900$
- l'ingénieur 3 demande de les construire en des points N tels que $NA^2 - NB^2 = 0$

Tache 1 : Déterminer l'ensemble des positions occupées par les forages en tenant compte de la proposition de l'ingénieur 1 **[1,5pt]**

Tache 2 : Où va-t-on construire les puits de forages si on tient compte de la conception de l'ingénieur 2 ? **[1,5pt]**

Tache 3 : Pour l'ingénieur 3 où doit-on positionner les puits de forages ? **[1,5pt]**