L'épreuve comporte 2 parties A et B tous obligatoires.

Partie A : Évaluation des ressources **15.5 points**

Exercice 1 : **5 points**

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en B. D est un point du plan tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{BC}$. On donne $AB = \sqrt{3}$. On considère le polynôme P définie par $P(m) = m^3 - 6m^2 + 11m - 6$.

1. (a) Calculer $P(3)$. **[0.25 pt]**
   (b) Résoudre l'équation $P(m) = 0$. **[0.75 pt]**
   (c) Établir le tableau de signe de $P(m)$. **[0.5 pt]**
2. (a) Montrer que D est barycentre des ponts pondérés $(A; 1)$, $(B; -1)$ et $(C; 1)$. **[0.5 pt]**
   (b) Construire le point D (prendre 3 cm pour $\sqrt{3}$) ; puis déterminer DA^2, DB^2 et DC^2. **[1.25 pt]**
3. Soit (Γ_m) l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 + MC^2 = P(m),\ m \in \mathbb{R}$.
   (a) Montrer que $MA^2 - MB^2 + MC^2 = MD^2$. **[0.5 pt]**
   (b) En utilisant 1.(c), déterminer suivant les valeurs de m la nature de (Γ_m). **[0.75 pt]**
   (c) Calculer $p(4)$, puis déduire une valeur de m pour laquelle (Γ_m) passe par B. **[0.5 pt]**

Exercice 2 : **6 points**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $\sqrt{3}\sin x + \cos x = -1$, $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\tan 5x = -1$. **[1 pt]**
2. Montrer que pour tout nombre réel x on a : $\frac{1}{\cos^2} = 1 + \tan^x$ et $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$. **[0.75pt]**
3. (a) Vérifier que $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ **[0.25 pt]**
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-4x^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$. **[0.75 pt]**
   (c) Déduire une résolution dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sin x + \sqrt{6} = 0$, puis placer les solutions sur le cercle trigonométrique. **[1.5pts]**
   (d) Quelle est la nature de la figure obtenue ? Calculer son aire. **[0.75 pt]**
   (e) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ de l'inéquation $-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sin x + \sqrt{6} > 0$. **[1 pt]**

Exercice 3 : (Série D uniquement) **4.5 points**

1. (a) Déterminer par la méthode de pivot de Gauss tous les couples $(x; y; z)$ solution du système
$$(S) : \begin{cases} x - y - z &= 600 \\ -x + 3y - z &= 1200 \\ -x - y + 7z &= 2400 \end{cases}$$
[1.5 pt]
   (b) Paul, Luc et Noé jouent ensemble. Ils conviennent qu'à chaque partie le perdant double l'avoir de chacun des des deux autres joueurs. Paul perd la première partie, Luc perd la seconde partie et Noé la troisième partie. Le jeu s'arrête et chacun d'eux a un avoir de 2400F. Quel étaient les avoirs de chacun d'eux au début du jeu ? **[1.5 pt]**
2. ABC est un triangle. D, I, N, M et P sont trois points du plan tels que $B = bar\{(A; -2); (C, -1); (D; 1)\}$, $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.
   (a) Démontrer que les droites (AP), (BN) et (CM) sont concourantes. **[1 pt]**
   (b) Démontrer que les points B, C et I sont alignés. **[0.5 pt]**

Exercice 3 : (Série C uniquement) **4.5 points**

1. (a) Déterminer par la méthode de pivot de Gauss tous les couples $(x; y; z)$ solution du système
$$(S) : \begin{cases} x - y - z &= 600 \\ -x + 3y - z &= 1200 \\ x + y - 7z &= -2400 \end{cases}$$
[1 pt]

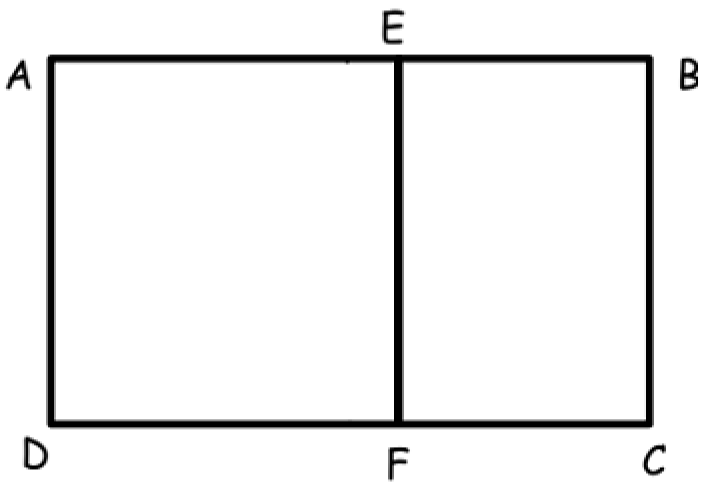
   (b) Paul, Luc et Noé jouent ensemble. Ils conviennent qu'à chaque partie le perdant double l'avoir de chacun des des deux autres joueurs. Paul perd la première partie, Luc perd la seconde partie et Noé la troisième partie. Le jeu s'arrête et chacun d'eux a un avoir de 2400F. Quel étaient les avoirs de chacun d'eux au début du jeu ? **[1pt]**

2. E est un plan vectoriel rapporté à une base $(\vec{i}; \vec{j})$. f est l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j})$ associe $f(\vec{u}) = (3x - y)\vec{i} + (-6x + 2y)\vec{j}$
   (a) Donner la matrice M de f dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$. f est-elle automorphisme ? Justifier. **[0.75 pt]**
   (b) Déterminer le noyau de f puis préciser une base. **[0.5 pt]**
   (c) Déterminer l'image de f puis préciser une base. **[0.5 pt]**
   (d) On considère $E_5 = \{\vec{u} \in E, f(\vec{u}) = 5\vec{u}\}$. Démontrer que E_5 est un sous-espace vectoriel dont on précisera une base et la dimension. **[0.75 pt]**

Partie B : Évaluation des Compétences **4.5 points**

Accompagné de ses trois garçons, Paul, Yval et Vali, M. Njoya se rend avec son véhicule, à sa plantation située à 60 Km de son domicile.

Cette plantation a la forme d'un rectangle ABCD de longueur AB et de largeur AD. Ce jardin est clôturé et séparé en deux par le segment [EF]. Il faut 170 mètres de fil barbelé pour faire entourer le jardin et la séparation [EF]. L'aire de ce jardin est de 1200 m^2. Paul l'ainé des garçons, fait remarquer que si la vitesse avait été inférieure de 20 km/h, ils auraient mis 30 min de plus pour arriver à la plantation. Yval et Vali mettent ensemble en 56 min pour défricher la partie EFBC. Seul, Yval met 15 min de plus que Vali pour défricher la même partie.



1. Déterminer les dimensions de la plantation de M. Njoya.
2. Quelle était la vitesse moyenne du véhicule de M. Njoya en allant à la plantation ?
3. Combien de temps en minute Yval mettra-t-il tout seul pour défricher la parcelle EFBC.

Bonus Question :
Determine the dimension of a right triangle whith a perimeter of 24 m and an area of $24m^2$.

"Fais bien l'école et l'école te fera du bien."

Bonne chance ! ! !