

**EVALUATION SOMMATIVE DU PREMIER TRIMESTRE**

**Compétences visées :** Déployer les raisonnements logiques pour résoudre les équations , inéquations, système d'équations et le positionnement des objets en utilisant la notion du barycentre et la géométrie du plan.

**Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 Points**

**Exercice 1 : (5 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ . On donne  $A(-2; -2)$ ,  $B(-2; 4)$  et  $C(1; 1)$ .

1. On considère le système (S) : 
$$\begin{cases} -2x - 2y + z = -8 \\ -2x + 4y + z = -20 \\ x + y + z = -2 \end{cases}$$
- (a) Déterminer le triplet de réels  $(x, y, z)$  vérifiant le système (S). [1pt]
- (b) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  pour que le cercle (C) d'équation :  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  soit circonscrit au triangle ABC. [0,75pt]
- (c) Donner une représentation paramétrique du cercle (C). [0,75pt]
2. On considère le cercle (C') : 
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} + 2 \cos \theta \\ y = \frac{3}{2} + 2 \sin \theta \end{cases}; (\theta \in ] - \pi, \pi]).$$
- (a) Donner les éléments caractéristiques de (C'). [0,5pt]
- (b) Déterminer une équation cartésienne de (C'). [0,5pt]
- (c) Montrer que le point  $D(\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$  appartient à (C'), puis déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (C') au point D. (1 pt)
- (d) Déterminer la distance séparant les centres des cercles (C) et (C') puis déduire la position relative (C) par rapport à (C'). [0,5pt]

**Exercice 2 : (7 Points)**

I. Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On donne :  $A(\begin{smallmatrix} 4 \\ 0 \end{smallmatrix})$  ;  $B(\begin{smallmatrix} 1 \\ 4 \end{smallmatrix})$  ;  $C(\begin{smallmatrix} -3 \\ 1 \end{smallmatrix})$

$ABC$  désigne un triangle. On considère le point  $D$  définie par :

$$5\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

1. Ecrire  $D$  comme barycentre de  $A, B$  et  $C$ . 0.5pt
2. Déterminer les coordonnées du point  $D$  0,5pt
3.  $I$  désigne le milieu de  $[BC]$
- a) Ecrire  $D$  comme barycentre de  $A$  et de  $I$ . 0.5pt
- b) En déduire que les points  $D, A$  et  $I$  sont alignés 0.5pt
- c) Placer les points  $A, B$  et  $C$  dans le repère, puis construire  $D$  1.25pt
3. Soit  $M$  un point du plan. Réduire les sommes vectorielles
- i)  $-\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{CM}$  0.5pt
- ii)  $-2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$  0.5pt

II. Le plan est muni du repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

Considérons les points  $A(2; 7)$  et  $B(5; 3)$ .

1. Déterminer une équation de la droite (D) passant par le point A et de vecteur directeur  $\vec{V}(12; -5)$ .

1pt

2. Calculer la distance du point B (5 ;3) à la droite (D).

0,75pt

3. Déterminer une représentation paramétrique du cercle de diamètre [AB].

1pt

### **Exercice 3** (3,5points)

I-Répondre par vrai ou faux (0,5x4) points

a) L'inéquation  $(x - 1)(x^2 - x - 2) < 0$  est équivalente à  $x - 1 < 0$  ou  $x^2 - x - 2 < 0$ .

b) L'ensemble des solutions réelles de l'inéquation  $(3 - x)(-x^2 + 10) \leq 0$  est  $] -\infty; 3] \cup \{5\}$ .

II-On considère l'équation (E) avec m un paramètre réel (E):  $(m + 1)x^2 + (2m - 1)x + m - 4 = 0$ .

1-Pour  $m = -1$ , l'équation (E) est-elle du second degré ? Résoudre (E) dans ce cas.

0,5pt

2-Lorsque (E) est du second degré,

a) Calculer en fonction de m le discriminant  $\Delta_m$  de (E).

0,5pt

b) Résoudre l'équation  $\Delta_m = 0$  d'inconnue m.

0,5pt

c) Pour quelles valeurs de m, (E) admet-elle deux racines distinctes ? Exprimer dans ce cas la somme et le produit des racines en fonction de m.

1pt

### **Partie B: Evaluation des compétences** 4,5points

Dans une famille de sept enfants, chaque garçon a deux fois plus de sœurs que de frères. Dans la salle d'étude se trouve deux tables triangulaires ABC et EFG équilatérales dont on veut poser chacun sur un support au sol. La table ABC a trois sacs de 2kg à chaque sommet et la table EFG a un sac de 2kg en F et un sac de 3kg en G. P est le point de la table ABC qui touche le support et Q est le point de la table EFG qui touche le support. Le point Q est tel que :  $\vec{EQ} = \frac{1}{3}\vec{EF} + \frac{1}{2}\vec{EG}$ .

1) Combien y a-t-il de garçons et de filles dans cette famille ?

1,5pt

2) Déterminer et placer le point P sur la table ABC pour qu'elle soit en équilibre

1,5pt

3) Quelle masse doit-on placer en E pour que la table EFG soit en équilibre ?

1,5pt