

Épreuve de Mathématiques

T I G A Z A

Partie A : Evaluation des ressources [15.50pts]

EXERCICE 1 [2.00pts]

Répondre par vrai ou faux

1. Si $a \neq 0$ et $b=0$ alors l'équation $bx^2+ax+c=0$ est du second degré. [0.50pt]
2. La forme canonique de $bx^2+ax+c=0$ est $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$. [0.50pt]
3. \vec{u} et \vec{v} sont colinéaire ssi il existe un nombre réel λ tel que : $\vec{v}=\lambda\vec{u}$ ou $\vec{u}=\lambda\vec{v}$. [0.50pt]
4. Le centre de gravité d'un triangle ABC est l'unique point G tel que : $\vec{GA}+\vec{BG}+\vec{GC}=\vec{O}$. [0.50pt]

EXERCICE 2 [3.50pts]

Soit x et y deux nombres réels strictement positifs, tels que : $x < y$. Notons : $a = \frac{x+y}{2}$;

$$g = \sqrt{xy} \text{ et } h = \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}.$$

1. Démontrer que : $x < h$ et $a < y$. [1.50pt]
2. Démontrer que : $g < a$ [0.50pt]
3. Démontrer que : $g^2 = ah$. En déduire que : $h < g$. [1.00pt]
4. Ranger par ordre croissant les nombres : x, y, a, g et h . [0.50pt]

EXERCICE 3 [6.00pts]

1. Donner la forme canonique des équations suivantes : $h(x) = 3x^2 - 5x - 2$; et $g(x) = x^2 + 102x - 880$. [1.00pt]
2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : $-9x^2 + 6x - 1 = 0$; $2x^2 - 7x + 6 = 0$. [1.00pt]
3. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes : $3x^2 - 5x + 2 \geq 0$; $-x^2 + x + 2 < 0$. [1.00pt]
4. Trouver les dimensions d'un champ rectangulaire d'aire $1200m^2$, sachant que sa longueur dépasse sa largeur de $10m$. [1.50pt]
5. Résoudre graphiquement le système suivant :
$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \\ 3x + 2y \geq 0 \end{cases}$$
 [1.50pt]

EXERCICE 4 [4.00pts]

Le plan est muni du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . On donne le point $A(-2;3)$, les vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$
 $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$.

1. Démontrer que (\vec{u}, \vec{v}) est une base de \mathcal{V} . [0.50pt]
2. Quelles sont les coordonnées de \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) ? [1.00pt]
3. Quelles sont les coordonnées de \vec{a} et \vec{b} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) ? [1.00pt]
4. Un point M a pour coordonnées (x, y) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) et (x', y') dans le repère (A, \vec{u}, \vec{v}) .
Exprimer x' et y' en fonction de x et y [1.50pt]

Partie B : Evaluation des compétences [04.50pts]

Ton père veut aménager une partie de son jardin qui a la forme d'un triangle rectangle de 3m de hauteur et 4m de base, et désire l'entourer du grillage. Papa te demande de mesurer le contour du jardin et de te rendre chez le commerçant. Une fois chez lui, il te dit ceci : le grillage que tu désires coûtait 1000frs mais a subit une baisse de 20% puis une hausse de 10% sur le nouveau prix sans toute fois te dire le prix du mètre du grillage. Papa souhaite planter les gazons sur les $\frac{2}{3}$ de cette surface et le mètre carré du gazon coûte 350frs.

1. Déterminer le prix du grillage entier. [1.50pt]
2. Déterminer le prix d'un mètre de grillage. [1.50pt]
3. Déterminer le prix d'achat du gazon. [1.50pt]

EXERCICE BONUS [2.00pts]

1. ABC est un triangle I milieu de [BC] , démontrer que $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{IA}$. [0.50pt]
2. Résoudre dans \mathbb{R} le système : (S) :
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 5 \\ 3\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 7 \end{cases} .$$
 [0.50pt]
3. Déterminer un nombre entier de deux chiffres dont la somme des chiffres donne 10 et tel qu'en permutant les deux chiffres le nombre augmente de 54. [0.50pt]
4. Soit $x > \sqrt{2}$, démontrer que $\frac{1}{2}(x + \frac{1}{x}) > \sqrt{2}$. [0.50pt]

EXAMINATEUR:Département de Mathématiques.

« Avant de commencer à prier le Seigneur, il faut d'abord travailler. Pendant que vous travaillez, n'oubliez pas de prier le Seigneur. »