

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES*Proposé par M. MIKODA Jerry Donal.*

I- ÉVALUATION DES RESSOURCES : (points)

EXERCICE 1 : (04points)1. Soit n un entier naturel.(a) Écrire sans radical au dénominateur l'expression : $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$; (0,5pt)

(b) En déduire une expression simple de la somme :

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}+\sqrt{49}};$$
 (0,5pt)

2. On pose : $x = \frac{a+b}{2}$; $y = \sqrt{ab}$ et $\frac{2}{z} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ avec a et b deux réels strictement positifs ;(a) Déterminer z en fonction de a et b . (0,5pt)(b) Démontrer que : $x^2 - y^2 = \frac{(a-b)^2}{4}$ et $y^2 - z^2 = \frac{ab(a-b)^2}{(a+b)^2}$. (0,5pt×2)(c) Déterminer le signe de $x^2 - y^2$ et $y^2 - z^2$; puis déduire que : $z \leq y \leq x$. (0,5pt×3)EXERCICE 2 : (04,5points)1. Soit un triangle ABC. Montrer que ABC est un triangle rectangle en A si et seulement si on a : $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$. (1pt)2. Soit un polygone régulier non étoilé à n cotés inscrit dans un cercle de rayon R (n entier naturel supérieur ou égal à 3). On appelle a la longueur de chacun de ses cotés, h son apothème et S son aire. On pose : $\theta = \frac{180^\circ}{n}$.a) Calculer a et h en fonction de R et θ . (0,5pt×2)b) Calculer S de deux façons différents. (0,5pt×2)c) En déduire que : $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$. (0,5pt)

3.a) Construire un décagone régulier ABCDEFGHIJ. (0,5pt)

b) En déduire deux pentagones réguliers. (0,25pt×2)

EXERCICE 3 : (01,5 points)On muni \mathbb{R} de la loi de composition $*$ définie par : $a * b = a + b - ab$ pour tout $a, b \in \mathbb{R}$.1. Montrer que $*$ est associative. (0,5pt)2. Montrer que $*$ admet un unique élément neutre que vous déterminerez. (0,25pt)3. Montrer que 1 n'a pas d'inverse par la loi $*$. (0,25pt)

4. $(\mathbb{R}, *)$ est-il un groupe ? Justifier votre réponse. (0,5pt)

EXERCICE 3 : (04,5points)

Soient les polynômes suivants :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 ; g(x) = (x + 1)(x + 4)(x - 6) \text{ et } h(x) = x^2 + x - 6$$

- 1- a) Calculer $f(-1)$ et conclure (0,5pt)
 - b) Déterminer les réels $a; b$ et c tels que $f(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$. (0,5pt)
 - c) En utilisant la méthode de la forme canonique, factoriser $h(x)$. (0,75pt)
 - d) En déduire la forme factoriser $f(x)$ (0,5pt)
 - e) On suppose que $h(x) = (x - 2)(x + 3)$, étudier alors suivants les valeurs de x le signe du polynôme $f(x)$. (0,75pt)
- 2- Développer et réduire $g(x)$ (0,5pt)
- 3- On considère la fraction rationnelle $i(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
- a) Donner la condition d'existence de $i(x)$. (0,5pt)
 - b) Simplifier $i(x)$ sur son domaine. (0,5pt)

II- ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : (4,5points)

La concession de monsieur Hamadou dispose d'une cour de forme carrée à l'intérieur duquel il a aménagé une pelouse de forme carrée, centrée au milieu de la cour. L'espace non aménagé a une superficie de 464 m^2 et le périmètre de la devanture dépasse celui de la pelouse de 32m .

1. Faire une esquisse d la cour de monsieur Hamadou. 1,5pt
2. Montrer que le cote de la cour de monsieur Hamadou est solution de l'équation $(x - 8)^2 = x^2 - 464$. 1,5pt
3. Calculer l'aire de l'espace occupé par la pelouse. 1,5pt

Présentation (1pt)