Lycée de Bamenkombo
Departement de mathématiques
Année scolaire 2019-2020 | Durée :3h00min

Classe : P_C
Examinateur : M. TAGNI
Coef :6

Épreuve de mathématiques | **Évaluation de fin du premier trimestre**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront pris en compte lors de la correction de la copie du candidat.

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES($15,5$ points)

Exercice 1 : *(3 points)*

On considère le système (S) : $\begin{cases} x+y+z &= 6 \\ -10x-y+11z &= 12 \\ 11x-10y-z &= 9 \end{cases}$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par le pivot de Gauss le système (S). [1pt]
2. $\overline{abc}$ désigne un nombre à trois chiffres où a, b et c désigne respectivement le chiffre des centaines, des dizaines et des unités.
   i) Monter que a, b et c vérifient le système (S) sachant que : [1.5pts]
   - ✠ Le triple de la somme de ses chiffres est égal à 18.
   - ✠ Le nombre $\overline{bca}$ lui est inférieur de 81.
   - ✠ Le nombre $\overline{cab}$ lui est supérieur de 108.

   ii) En déduire ce nombre $\overline{abc}$. [0.5pt]

Exercice 2 : *(3,5 points)*

ABCD est un carré direct d'un plan orienté de côté une unité. Le point O est milieu du segment $[AC]$, le point I milieu du segment $[OB]$. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tel que : $MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 6$.

1. Montrer que pour tout point M de (Γ), on a : $MO^2 + MB^2 = \dfrac{5}{2}$. [0.5$pt$]
2. Montrer que $OI = IB = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$, puis en déduire que $MI = \dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. [0.5$pt$ + 0.5pt]
3. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Γ). [0.5pt]
4. Le plan est muni du repère orthonormé $\mathcal{R} = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
   a) Déterminer les coordonnées du point I dans $\mathcal{R}$. [0.5pt]
   b) Ecrire une équation cartésienne de (Γ). [0.75pt]
   c) En déduire une représentation paramétrique de (Γ). [0.25pt]

Exercice 3 : *(5 points)*

1. a) Soient a et b deux nombres réels tels que $a - b \notin]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$, $a \notin]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ et $b \notin]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$.
   Démontrer que $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$. [0.5$pt$]
   b) Sachant que $\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{6}$, calculer $\tan \dfrac{\pi}{12}$. [0.5pt]
2. Déterminer la valeur exacte de $\cos \dfrac{11\pi}{6}$ et de $\sin \dfrac{11\pi}{6}$ [1pt]
3. Démontrer que $\cos^2 a = \dfrac{1 + \cos 2a}{2}$. [0.5$pt$]
4. On donne $A(x) = -\sqrt{2+\sqrt{3}} \cos x + \sqrt{2-\sqrt{3}} \sin x$
   a) Déterminer la valeur exacte de $\cos \dfrac{11\pi}{12}$ et de $\sin \dfrac{11\pi}{12}$ en justifiant votre réponse. [$0,75pt$]

b) Résoudre de $[0, 2\pi[$ l'équation $A(x) = \sqrt{2}$. [$1pt$]

c) Résoudre de $\mathbb{R}$ l'inéquation $A(x) < \sqrt{2}$. [$0.75pt$]

<u>Exercice 4</u> : *(4 points)*

Soient E et F deux espaces vectoriels de dimension 2. $(\overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ une base de E. f une application définie de E vers F par $f(\overrightarrow{u}) = (x+2y)\overrightarrow{i} - 4(x+2y)\overrightarrow{j}$, où $\overrightarrow{u} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$ est un vecteur de E.

1. Montrer que f est une application linéaire. [$0.75pt$]
2. Déterminer la forme analytique de f. [$0.5pt$]
3. Déterminer le noyau $kerf$ et puis un vecteur de sa base. [$1pt$]
4. f est-elle bijective ? justifier. [$0.25pt$]
5. Montrer que $kerf$ est un sous-espace vectoriel de E. [$0.75pt$]
6. Déterminer $f(\overrightarrow{i})$ et $f(\overrightarrow{j})$ puis montrer que la famille $\left[f(\overrightarrow{i}), f(\overrightarrow{j})\right]$ n'est pas une base de F. [$0.75pt$]

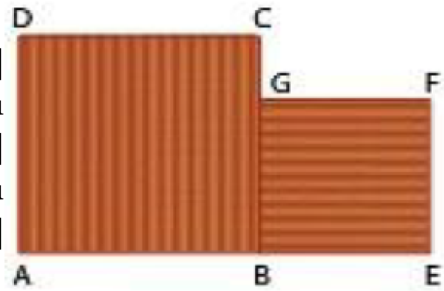
Partie B : <u>ÉVALUATION DES COMPETENCES</u>(4,5 points)

Un grand technicien d'élévage de la ville dispose de deux terrains justaposés ayant chacun une forme carrée. Le terrain $ABCD$ de diagonale $50m$ est reservé uniquement aux porcs et le terrain $BEFG$ de diagonale $25m$ aux poules. On a pu compter 120 têtes et 340 pattes d'animaux. Ce technicien ne sachant pas comment il doit construire les points d'eau dans ces deux terrains est conseillé par un docteur véterinaire qui lui propose deux options obligatoires :

Option 1 : Pour les porcs construit un point d'eau en un point M tel que $\frac{MA}{MC} = 2$.

Option 2 : Pour les poules construit un point d'eau en un point M tel que $MB^2 - MF^2 = -50$.

- **Tâche 1 :** Déterminer le nombre d'animaux par espèces. [$1,5pts$]
- **Tâche 2 :** Déterminer l'ensemble des positions du point d'eau pour l'option 1 . [$1,5pts$]
- **Tâche 3 :** Déterminer l'ensemble des positions du point d'eau pour l'option 2 . [$1,5pts$]



Jeu Bilingue : Quetions bonus. [$1pt$]

Traduire les groupes de mots suivants en anglais : **cercle trigonométique**, **ensemble solution**, et **Espace vectoriel**

<u>Bonne chance</u> !