

DEVOIR SURVEILLE N°2 DE MATHÉMATIQUES

Compétences visées : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique faisant appel aux équations et inéquations dans \mathbb{R} , aux systèmes linéaires, aux barycentres et arcs capables, à la géométrie analytique du plan et à l'orthogonalité dans l'espace

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5pts)

EXERCICE 1 : (4pts)

I-Pour chacune des questions suivantes, choisis la bonne réponse. **(0,5ptx3 = 1,5pt)**

1) Soit $m \in \mathbb{R}$. Le point $H = \text{bar} \{(A; 1); (B; m^2 - 1); (C; 3m)\}$ existe si :

- a) $m \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$ b) $m \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -1; 1; 0\}$ c) $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1; 0\}$

2) Soit G un point du plan. L'ensemble des points M du plan tels que $MG^2 = k^2 - 3k + 2$ est un cercle si :

- a) $k \in]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ b) $k \in]1; 2[$ c) $k \in \{1; 2\}$

3) A et B sont deux points distincts du plan. L'ensemble des points M du plan tels que

$$\text{mes}(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \frac{-\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ est :}$$

- a) Le cercle de diamètre $[AB]$ privé de A et B b) L'arc \overline{AB} c) Un demi-cercle

II-Dans l'espace on considère un cube ABCDEFGH. Réponds par vrai ou faux **(0,25x2=0,5pt)**

- a) La droite (HD) est orthogonale au plan (ABC)
b) Les plans (EAB) et (FGH) sont perpendiculaires

III-On considère le polynôme P défini par $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 14x - 8$

1) Détermine un polynôme Q de degré 1 tel que $P(x) = (2x^2 + 9x + 4) \times Q(x)$ **(0,5pt)**

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $2x^3 + 5x^2 = 14x + 8$ **(0,75pt)**

3) En déduis la résolution dans \mathbb{R} de l'inéquation (I) : $\frac{P(x)}{-3x+5} \geq 0$ **(0,75pt)**

EXERCICE 2 : (3pts)

1) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant : $(\Sigma) : \begin{cases} x - y - z = 600 \\ -x + 3y - z = 1200 \\ -x - y + 7z = 2400 \end{cases}$ **(1,5pt)**

2) Trois amis Paul, Pierre et Jean participent à un jeu et conviennent qu'à l'issue d'une partie, le perdant double la mise de chacun des deux autres. Après trois parties, où chacun des trois a perdu une, les trois amis se retrouvent chacun avec 24000 FCFA. Sachant que Paul a perdu la première partie, Pierre la deuxième partie et Jean la troisième partie, quel était l'avoir de chacun avant le début du jeu et qui en est sorti perdant ? **(1,5pt)**

EXERCICE 3 : (5pts)

ABC est un triangle tel que $AB = 6 \text{ cm}$; $BC = 5 \text{ cm}$ et $AC = 7 \text{ cm}$. On désigne par D, E, F et K des points tel que B soit le milieu de $[CD]$; $2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{0}$; $F = \text{bar} \{(A; 2); (B; 3)\}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$. Pour tout point M du plan soit G le point tel que $13\overrightarrow{AG} = -9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$.

On pose $f(M) = MA^2 + MB^2$ et $h(M) = \text{mes}(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MC})$ à 2π radians près.

1-a) Réduis le vecteur $-9\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}$ puis démontre que G est barycentre des points A, B, C affecté des coefficients 4, 6 et 3 respectivement. **(0,75pt)**

b) Construis les points E, F, K et G. **(1pt)**

2) Démontre que les droites (AE), (BK) et (CF) sont concourantes. **(0,75pt)**

3) En écrivant D comme barycentre de B et C, démontre que $D = \text{bar}\{(A; -4); (B; -6); (K; 7)\}$ puis déduis que les points D, F et K sont alignés. **(0,75pt)**

4-a) En désignant par I le milieu de $[AB]$, détermine et construis l'ensemble (S) des points M du plan tels que $f(M) = 36$. **(0,75pt)**

b) Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $h(M) = \frac{2\pi}{3}$ **(0,75pt)**

c) Dédus qu'il existe un point P que l'on a précisera tel que $PA^2 + PB^2 = 36$ et $\text{mes}(\overrightarrow{PB}; \overrightarrow{PC}) = \frac{2\pi}{3}$ **(0,25pt)**

EXERCICE 4 : (3,5pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points $A(-2; 7)$ et $B(0; 1)$. Soit (C) le cercle de centre $\Omega = \text{bar}\{(A; -1); (B; 3)\}$ et tangent à (D): $x + 2y - 2 = 0$.

1-a) Montre que (C) a pour équation cartésienne : $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ **(1pt)**

b) Dédus une représentation paramétrique de (C) **(0,5pt)**

2) Vérifie que le point $F(2; 1)$ est extérieur à (C) **(0,25pt)**

3) Soit (T) une tangente à (C) en $M(x_0; y_0)$ et passant par F.

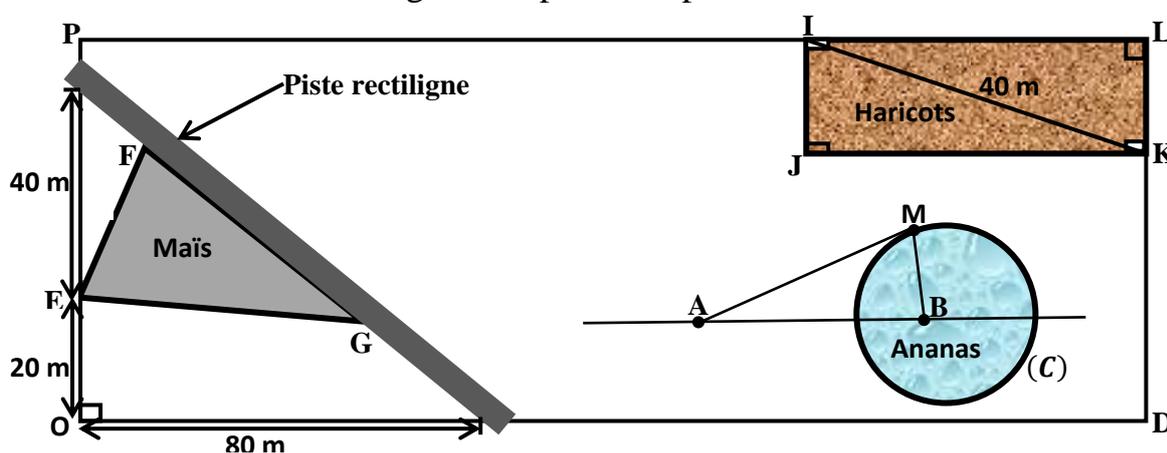
a) Montre que $x_0 + 3y_0 = 0$ et déduis que y_0 vérifie $y_0^2 + y_0 = 0$ **(0,75pt)**

b) En déduis les équations des tangentes à (C) passant par F. **(1pt)**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5pts)

Situation :

M.TALLA propriétaire d'un terrain représenté sur le plan d'architecte ci-dessous par le quadrilatère PODL désire aménager trois parcelles pour les cultures.



Sur la première parcelle représentée par le triangle EFG dont le côté $[FG]$ de longueur 55 m est à la limite d'une piste rectiligne ; il veut cultiver du maïs à raison de 10 plants par m^2 .

Sur la deuxième parcelle représentée par le rectangle IJKL de périmètre 112 m dont la mesure d'une diagonale vaut 40 m ; il veut cultiver du haricot à raison de 8 plants par m^2 .

Sur la troisième parcelle représentée par le cercle (C) où la droite (AB) est axe de symétrie de (C) tel que tout point M de (C) vérifie $MA = 2MB$ avec $AB = 15$ m ; il veut cultiver des ananas à raison de 2 plants par m^2

Tâches :

1) Aide M.TALLA à trouver le nombre de plants de maïs qu'il pourra cultiver sur la parcelle triangulaire. **(1,5pt)**

2) Aide M.TALLA à trouver le nombre de plants de haricots qu'il pourra cultiver sur la parcelle rectangulaire **(1,5pt)**

3) Aide M.TALLA à trouver le nombre de plants d'ananas qu'il pourra cultiver sur la parcelle circulaire. **(1,5pt)**

Bon travail à tous !

Ex : M. TCHAKOUNTE Ymigré