Ministère des Enseignements Secondaires
Délégation Régionale du Centre
Collège Saint Augustin
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2019/2020
Durée : 3H   Coeff : 6
Classe : 1ère C
Examinateur : TCHIO Serge

EVALUATION DE MATHEMATIQUES N° 2

NB   Le sujet comporte deux parties obligatoires sur 20 points. Le correcteur tiendra compte de la clarté dans la rédaction et de la cohérence dans les idées. Justifier toutes vos affirmations.

Partie A : Evaluations des ressources   (15.5pts)

Exercice 1 :   [4pts]

1) soit x un réel appartenant à l'intervalle $]\frac{\pi}{2}\,;\pi[$ tel que $tanx = -\frac{3}{4}$

a) Démontrer que $1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ **[0,5pt]**

b) Déterminer les valeurs de $cosx$ et $sinx$ **[1pt]**

2) Déterminer les valeurs exactes de $\cos(\frac{59\pi}{3})$ et $\sin(-\frac{119\pi}{4})$ **[1pt]**

3) Sachant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ Calculer les valeurs exactes de $cos\frac{\pi}{12}$ et $sin\frac{\pi}{12}$ **[1pt]**

4) Démontrer que $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \times \sin^2 x$ **[0,5pt]**

Exercice 2 :   [4pts]

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x + 1 - \sqrt{7-6x} > 0$ **[0,75pt]**

2) Déterminer les valeurs de a, b et c pour que la parabole d'équation $ax^2 + bx + c$ passe par les points $M(-1,-2)$, $N(2,7)$ et $P(1,6)$. **[2pts]**

3) a) Développer $\left(2+\sqrt{3}\right)^2$ **[0,5pt]**

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2 + \left(2-\sqrt{3}\right)x + \sqrt{3} = 0$ **[0,75pt]**

Exercice 3 :   [4.5pts]

ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que $BC^2 = 36$. I et G sont deux points du plan tels que I milieu de $[BC]$ et $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1) Calculer la distance AB. **[0,75pt]**

2) Montrer que les points A, G et I sont alignés. **[0,5pt]**

3) Construire le point G et donner la nature du quadrilatère ABGC. **[0,75pt]**

4) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 - 2IM^2 = -18$

a) Montrer que pour tout point M du plan, $AM^2 - 2IM^2 = -GM^2 + 18$ **[1pt]**

b) Déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Γ). **[0,5pt]**

5) Soit (D) l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MI}\|$

a) Déterminer x pour que $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = x\overrightarrow{MG}$ **[0,5pt]**

b) Déduire la nature de (D). **[0,5pt]**

Exercice 4 :   [3pts]

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i}\,\vec{j})$ Soit A$(-1,2)$ et B$(1,3)$ deux points du plan. $\vec{u}(3,-2)$ un vecteur du plan. (D') est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0$

1) Justifier que (D') est une droite dont on donnera une équation cartésienne. **[1pt]**

2) a) Montrer qu'une équation du cercle (C) de diamètre [AB] est $x^2 + y^2 - 5y + 5 = 0$ **[0.75pt]**

b) Donner une représentation paramétrique de (C). **[0.75pt]**

3) Etudier la position relative entre (D') et (C). **[0.5pt]**

Partie B : Evaluation des compétences **[04.5pts]**

Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en utilisant les barycentres pour déterminer des positions géométriques.

Afin d'alimenter deux villages A et B distants de 100m en eau potable, les élites du village font appel à trois ingénieurs.

- L'ingénieur 1 demande de construire des forages en des points M tels que $MA^2 + MB^2 = 10000$
- L'ingénieur 2 demande de les construire en des points P tels que $\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB} = -900$
- l'ingénieur 3 demande de les construire en des points N tels que $\frac{NA}{NB} = 50$

Tache 1 : Déterminer l'ensemble des positions occupées par les forages en tenant compte de la proposition de l'ingénieur 1 **[1,5pt]**

Tache 2 : Où va-t-on construire les puits de forages si on tient compte de la conception de l'ingénieur 2 ? **[1,5pt]**

Tache 3 : Pour l'ingénieur 3 où doit-on positionner les puits de forages ? **[1,5pt]**