

**EVALUATION SOMMATIVE N°2 DU 1<sup>er</sup> TRIMESTRE****PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/ 15,5 Points****EXERCICE 1 : 5 Points**

$A, B$  et  $C$  sont trois points non alignés du plan et  $E$  le milieu du segment  $[AC]$ .

Soit  $t$  un réel de l'intervalle  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

**1. (a)** Vérifier que :  $\cos^2 t + \sin^2 t + \cos 2t = 2 \cos^2 t$ . **0,5pt**

**(b)** Pour quelles valeurs de  $t$ , le système  $\{(A, \cos^2 t); (B, \sin^2 t); (C, \cos 2t)\}$  possède un barycentre ? Lorsqu'il existe, ce barycentre est noté  $G_t$ . **0,5pt**

**(c)** Démontrer que lorsque  $t$  décrit  $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ ,  $G_t$  décrit la demi-droite d'origine  $E$  et de vecteur directeur  $\overrightarrow{CB}$ . **1pt**

**2.** On suppose que  $ABC$  est un triangle rectangle en  $C$  tel que  $CA = 4$  et  $CB = 2$ .

On note  $G$  le barycentre obtenu pour  $t = \frac{\pi}{3}$ .

**(a)** Construire le point  $G$ . **0,75pt**

**(b)** Démontrer que  $GA^2 = GC^2$ . **0,75pt**

**(c)** Déterminer et construire l'ensemble  $(\Gamma)$  des points  $M$  du plan tels que :  
 $MA^2 + 3MB^2 - 2MC^2 = 10$ . **1,5pt**

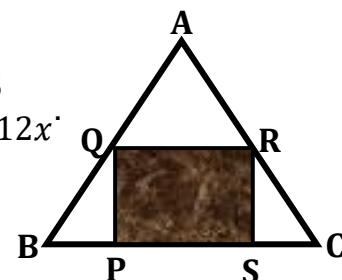
**EXERCICE 2 : 5 Points**

**1.**  $ABC$  est un triangle isocèle en  $A$  tel que  $AB = 13\text{cm}$  et  $BC = 10\text{cm}$ . On construit dans ce triangle un rectangle  $PQRS$  tel que l'aire du rectangle soit la moitié de l'aire du triangle. On pose  $PQ = y\text{ cm}$  et  $PS = 2x\text{ cm}$ .

**(a)** Montrer que  $x$  et  $y$  vérifient le système :  $\begin{cases} xy = 15 \\ 5y = 60 - 12x \end{cases}$  **0,75pt**

**(b)** Déterminer les dimensions de ce rectangle. **0,75pt**

**2.** Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système :  $\begin{cases} mx - y = 1 \\ -x + my = m \end{cases}$   
où  $m$  est un paramètre réel. **1pt**



3.  $ABC$  est un triangle.  $M, N$  et  $O$  sont des points tels que  $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$  et  $O$  est le milieu de  $[CM]$ . Montrer que les points  $O, N$  et  $B$  sont alignés. **1pt**
4.  $ABC$  est un triangle.  $D, E$  et  $F$  sont des points tels que  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BD} = \frac{4}{7}\overrightarrow{BC}$ . Montrer que les droites  $(AD), (BF)$  et  $(CE)$  sont concourantes. **1,5pt**

### EXERCICE 3 : 5,5 Points

1. Soit  $x$  un nombre réel. Etablir que :

(a)  $\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$ . **1pt**

(b)  $\sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$ . **1pt**

2. Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points  $A, B$  et  $C$  de coordonnées respectives :

$$\left(\cos x; \sin x\right), \left(\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right); \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \text{ et } \left(\cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right); \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)\right).$$

(a) Préciser la nature du triangle  $ABC$ . **1,5pt**

(b) Que représente le point  $O$  pour le triangle  $ABC$ ? (Utiliser la première question pour évaluer  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ ). **0,5pt**

3. Vérifier que  $\frac{7\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{24}$  et  $\frac{\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24}$ . **0,5pt**

4. En déduire que  $16 \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24} = 1$  **1pt**

### PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/ 4,5 Points

**Intitulé de la compétence :** Utilisation des équations linéaires pour résoudre un problème de volume et de temps.

#### Situation :

Pour remplir un bassin d'irrigation, on dispose de trois robinets  $A, B$  et  $C$ .

Avec les robinets  $A$  et  $B$ , le bassin se remplit en 10mins. Avec les robinets  $B$  et  $C$ , le bassin se remplit en 20mins. Avec les robinets  $A$  et  $C$ , le bassin se remplit en 12mins.

#### Tâches :

- Combien faut-il de temps pour remplir le bassin avec chacun des robinets fonctionnant seul ? **1,5pt**
- Combien faut-il de temps pour remplir le bassin avec les trois robinets ouverts ensemble ? **1,5pt**
- Quel est le volume de ce bassin sachant que le débit du robinet  $A$  est de  $3 \text{ l. s}^{-1}$  ? **1,5pt**