**MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES**
**DELEGATION REGIONALE DE L'OUEST**
**DELEGATION DEPARTEMENTALE DE LA MIFI**
**LYCEE BILINGUE DE TOKET II**
**DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES**

Evaluation : **CONTROLE CONTINU N°2**
Épreuve : **Mathématiques**
Durée :0**3H** Classe : **PC** Coef : **6**
Date : **12 NOVEMBRE 2019**

*Compétence visée :* **Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en utilisant les barycentres pour déterminer des positions géométriques**.

## PARTIE A/ EVALUATION DES RESSOURECES 15.5 POINTS

**Exercice 1 (4,25 Points)**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes: (E) : $X^3 - 3X^2 - 3X + 1 = 0$ et (E') : $x^2 + 2x - 1 = 0$. **0,75**

2) Soit a et b deux nombres réels : Démontrer que $tan(a-b) = \frac{tan(a) - tan(b)}{1 + tan(a)\,tan(b)}$. **0,75 pt**

3) En déduire que $tan(2a) = \frac{2\,tan(a)}{1 - tan^2(a)}$ pour tout nombre réel a. **0,5 pt**

4) Déduire des questions 2) et 3) que $tan(3a) = \tan(a)\frac{3 - tan^2(a)}{1 - 3tan^2(a)}$ (on pourra remarquer que $3a = 2a - (-a)$) **0,75pt**

5) Sachant que $\frac{\pi}{4} = 2\times\frac{\pi}{8}$ ; déduire de la question 3) que $\boldsymbol{tan\frac{\pi}{8}}$ est solution de l'équation (E') de la question 1) puis déterminer la valeur exacte de $\boldsymbol{tan(\frac{\pi}{8})}$. **0,75 pt**

6) Sachant que $\frac{\pi}{4} = 3\times\frac{\pi}{12}$ ; Déduire de la question 4) que $\boldsymbol{tan(\frac{\pi}{12})}$ solution de l'équation (E) de la question 1) puis déterminer la valeur exacte de $\boldsymbol{tan(\frac{\pi}{12})}$. **0,75 pt**

**Exercice 2 (4,25 Points)**

Soit ABC un triangle tel que AB = 6cm ; AC = 5cm et BC = 4cm. Les points I, J et L sont définis par : $\overrightarrow{AI} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AB}$ ; $\overrightarrow{CJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$ $et$ $\overrightarrow{BL} = 6\overrightarrow{BC}$. On pose G = bar{(A ;1), (B ; 2), (C ;3)}

1) Démontrer que les droites (AL), (JB) et (IC) sont concourantes en un point H dont-on déterminera. **0,75Pt**

2) a) Démontrer le théorème d'AL-KASHI : si A, B et C sont trois points du plan, alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2}}$. **0,5 pt**

b) Démontrer le théorème des médianes : si I est le milieu du segment [BC], alors : $\boldsymbol{AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}}$. **0,5 pt**

3) On désigne par ($\Gamma$) l'ensemble des points M du plan tel que : $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = \frac{35}{3}$.

a) Calculer $AG^2, BG^2\ et\ CG^2$ en utilisant le théorème d'AL-KASHI. **1,5 pt**

b) Démontrer que $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2 = 6MG^2 - \frac{127}{3}$ pour tout point M du plan. **0,5 pt**

c) En déduire la nature et les éléments caractéristique de ($\Gamma$). **0,5 pt**

**Exercice 3 (4 POINTS)**

**1**) Vérifier que : $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ **0,25 pt**

**2)** On considère l'équation $(E): 4\sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} = 0$.

a) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation $(E)$. **0,75 pt**

b) Placer les points du cercle trigonométrique, image des solutions de l'équation $(E)$ **0,5 pt**

c) Quelle est la nature du polygone obtenu

d) Calculer la valeur exacte de l'aire de ce polygone.

**3)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$ **0,25** pt

**4)** Déterminer deux nombres $a\ et\ \varphi$ tels que pour tout $x\ de \mathbb{R}$ on ait : $\sqrt{3}\cos x + \sin x = a\cos(x - \varphi)$ **0,5 pt**

**5)** a) Utiliser les résultats des équations 3) et 4) pour résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ L'équation $(E): (2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x - 3)(\sqrt{3}\cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$ **1pt**

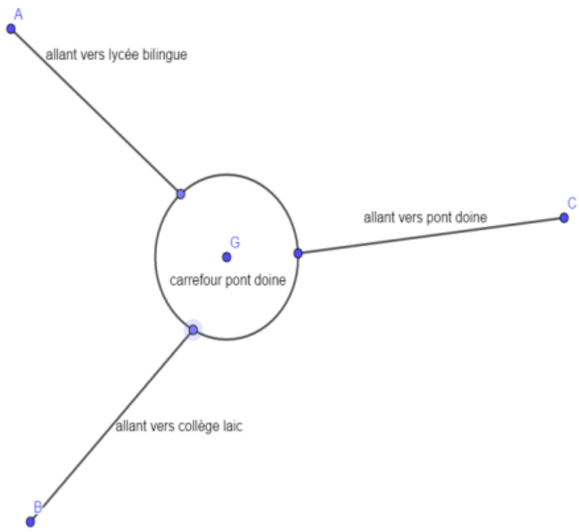
b) Représenter les images des solutions dans le cercle trigonométrique

## Exercice 4

On considère les fonctions $f$ : $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 + 1$ et $g$ : $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ vers $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ définie par $g(x) = \frac{-2x+3}{x-3}$.

1) Démontrer que $g$ est bijective puis déterminer sa bijection réciproque $g^{-1}$. **1 Pt**
2) Déterminer $D_{fog}$ et $D_{gof}$ les domaines de définitions respectifs des fonctions $fog$ et $gof$. **1 Pt**
3) Déterminer alors explicitement les fonctions $fog$ et $gof$. **1pt**

## PARTIE B/ EVALUATION DE COMPETENCES 4.5 POINTS




**Issoupha** et ses amis élèves en classes de premières scientifiques font une excursion et s'arrête au niveau du **carrefour doine** . Il aimerait justifier que **le carrefour doine** est réglementaire . Pour ce faire ils placent les points $A$ , $B$ ,$C$ et $G$ (centre d'un cercle représenté au niveau du carrefour) ; représente un triangle $ABC$ et les points $I$ , $J$ et $K$ tels que : $\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{BC}$ , $\overrightarrow{AJ} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ , $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{7}\overrightarrow{AB}$.
Après cela **Issoupha** et ses amis se rendent au niveau du **restaurant le MIMIE** pour un repas , la distance entre le carrefour et le restaurant est de $400m$ .

Ils empreinte deux voitures La première voiture parcourt cette distance à $20m/s$ de plus que l'autre et met une seconde de moins en route . Après le repas Ils devaient se partager équitablement la facture qui s'élève à $5000Frs$ , mais deux d'entre eux sont partis sans payer se plaignant du fait que les plats sont trop chers ; alors **Issoupha** propose que chaque personne augmente sa part de départ de $125Frs$ pour combler le vide laisser par les deux ayant désisté .

**Tache 1 :** Sachant qu'un carrefour est réglementaire **ssi** les droites $(AI)$ , $(BJ)$ et $(CK)$ sont concourantes en $G$ . Aider **Issoupha** à justifier cela . **1,5pt**

**Tache 2 :** Déterminer pour chaque voiture la vitesse et le temps mis pour quitter du carrefour au **restaurant le MIMIE** . **1,5pt**

**Tache 3 :** . Si $x$ désigne le nombre initial de personnes au départ de l'excursion , justifier que $x$ vérifie l'équation $x^2 - 2x - 80 = 0$ et combien était-il au départ de l'excursion ? **1,5pt**

**Proposée par Mme NGUEGUIM KEMO**