



Département	Examen	Classe	Date
MATHEMATIQUES	Devoir Harmonisé N° 2	PC	09/11/2019
Durée	Coefficient	Visa de l'AP	Visa de PE
3H	6		

Partie A : Evaluation des ressources 15,5pts

Exercice 1 : 5,5pts

I- Soit ABC un triangle tel que $AB = 6 \text{ cm}$; $BC = 5 \text{ cm}$ et $CA = 7 \text{ cm}$. On donne les points D, E, F et K tels que B soit le milieu de $[CD]$; $2\vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$; $F = \text{bar} \{(A, 2) ; (B, 3)\}$; $\vec{AK} = \frac{3}{7}\vec{AC}$; M un point du plan. Soit le point Q du plan tel que $13\vec{AQ} = -9\vec{MA} + 6\vec{MB} + 3\vec{MC}$

- 1- Réduire le vecteur $-9\vec{MA} + 6\vec{MB} + 3\vec{MC}$. 0,25pt
- 2- Démontrer que Q est le barycentre de A, B et C affectés des coefficients 4 : 6 et 3 respectivement 0,5pt
- 3- Construire les points E, F, Q et K . 1pt
- 4- Montrer que les droites (AE) , (BK) et (CF) sont concourantes en Q . 0,75pt
- 5- Ecrire D comme barycentre de B et C . 0,25pt
- 6- Montrer que $D = \text{bar} \{(A ; -4) ; (B ; -6) ; (K ; 7)\}$ 0,5pt
- 7- Montrer que les points D, F et K sont alignés. 0,25pt

II- Soit LKM un triangle équilatéral de cote 4 cm. I le milieu de $[LK]$, on pose $f(M) = ML^2 + MK^2$ et $g(M) = ML^2 - MK^2$

- 1-a/ Montrer que $f(M) = 2MI^2 + 8$ 0,5pt
 b/ Déterminer l'ensemble (E) des points M vérifiant l'égalité $f(M) = 12$. 0,25pt
 c/ Justifier que le point L n'appartient pas à (E) 0,25pt
- 2-a/ Montrer que $g(M) = 2\vec{IM} \cdot \vec{LK}$ 0,5pt
 b/ Soit (F) l'ensemble des points M vérifiant l'égalité $g(M) = 10$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (F) . 0,5pt

Exercice 2 : 3,25pts

A/ Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient $A\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 4 \end{smallmatrix}\right), B\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$. On considère la droite (Δ) d'équation $2x - y + 3 = 0$

- 1- Écrire l'équation cartésienne du cercle (c_1) de diamètre $[AB]$ 0,5pt
- 2- Déterminer une équation normale de la droite (Δ) . 0,25pt
- 3- Calculer la distance du point A à la droite (Δ) . 0,25pt
- 4- En déduire une équation cartésienne du cercle (c_2) de centre A , tangent à la droite (Δ) .

B/ On considère le polynôme $p(x)$ défini par : $p(x) = 2x^3 + 5x^2 - 14x - 8$

- 1- Déterminer un polynôme du premier degré tel que $p(x) = (2x^2 + 9x + 4)q(x)$ 0,5pt
- 2- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 + 9x + 4 = 0$ 0,5pt
- 3- En déduire les solutions de l'inéquation $\frac{(2x^2+9x+4)(x-2)}{-3x+5} > 0$ 0,75pt

Exercice 3 : 4pts

I. Soit q le polynôme défini par $q(x) = ax^2 + bx + c$ tel que $q(1) = 5$, $q(-2) = 2$ et $q(3) = 37$

- a) Montrer que a, b et c vérifient le système suivant : (F) $\begin{cases} a + b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 37 \end{cases}$ 0,75pt

b) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (F).

0,75pt

c) En déduire $q(1 - 2\sqrt{3})$.

0,5pt

II. Soit f la fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies par $f(x) = \frac{x^2+5|x|+2}{|x|-7} + \sqrt{|x|}$

1) Donner le domaine de définition de f

0,5pt

2) Définir ses deux restrictions

0,5pt

3) Etudier la parité de f

0,5pt

4) En déduire l'élément de symétrie de la courbe de f .

0,5pt

Exercice 4 : 2,75pts

A/Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) . Soient les fonctions f, g et h définies par

$$f(x) = \frac{2x^2-7x+5}{x-3} ; \quad g(x) = x^2 - 4x + 7 ; \quad h(x) = \frac{2x-1}{x-1}.$$

1) Déterminer le domaine de définition de f .

0,25pt

2) Montrer que $f(x) = 2x - 1 + \frac{2}{x-3}$

0,25pt

3) Montrer que le point $A\left(\frac{3}{5}\right)$ est centre de symétrie à la courbe de f .

0,75pt

4) Montrer que la droite (D) d'équation $x = 2$ est axe de symétrie à la courbe de g .

0,75pt

5) a-Démontrer que $h : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\}$ est bijective

0,5pt

b- Déterminer sa bijection réciproque h^{-1} .

0,25pt

Partie B : Evaluation des compétences 4,5pts

Compétence visée : Utilisation des lignes de niveaux pour la localisation d'un lieu.

Situation :

Dans le plan d'aménagement d'un quartier, trois maisons d'habitations A,B et C non alignées sont prévus à une zone spécifique. A et B sont distantes de 20 m, B et C de 10m, A et C de 15m. Il est aussi prévu des bouches d'eau à incendie, la première E et la seconde F , aux environs. La société de distribution d'eau WATER doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principal en un point M, tel que $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}$. Le protocole de la société WATER exige que la source principale soit d'abord construite avant la construction des bouches d'eau. L'échelle de travail est de 0,25 cm pour 1 m. Les ingénieurs ont trois options, et l'on vous demande de produire trois maquettes différentes du projet.

Option 1: $MA^2 - MB^2 = 40$;

Option 2: La norme de $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}$ est égale à celle de $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$;

Option 3: $MA = \sqrt{2} MB$.

Tâches :

1) Construire une position possible de la première bouche d'eau pour l'option 1;

1,5pts

2) Construire une position possible de la deuxième bouche d'eau pour l'option 2;

1,5pts

3) Construire une position possible pour la source souterraine principale pour l'option 3.

1,5pts

OUAFEU PAULIN