MINESEC
LYCEE DE SONGMBENGUE
Département de Mathématiques

Classe : P C
Durée :3 heures ***Coefficient** : 6*
Date : Décembre 2020

Evaluation N 2 du trimestre 1
Exam. : KEMMEGNE FOPOSSI S.

Épreuve de Mathématiques

PARTIEA : ÉVALUATION DES RESSOURCES (31pts)

Exercice 1 (8pts)
On considère les systèmes ci-dessous :

$$(S_1):\begin{cases}2x^2-y^2=-1\\-x^2+3y^2=23\end{cases}\qquad (S_2):\begin{cases}2x^2+2y^2=26\\-xy=-6\end{cases}\qquad (S_3):\begin{cases}x-y-z=600\\-x+3y-z=1200\\x+y-7z=-2400\end{cases}$$

1. Résoudre (S_1) et (S_2). 1,5*2=3pts
2. Résoudre (S_3) par la méthode du pivot de Gauss 2pt
3. Trois amis Paul, Pierre et Jean participent à un jeu et conviennent qu'à l'issu d'une partie, le perdant double la mise de chacun des deux autres. Après trois parties où chacun des trois a perdu une, les trois amis se retrouvent chacun avec 2400 FCFA. En supposant que Paul a perdu la première partie, Pierre la deuxième et Jean la troisième, quel était l'avoir de chacun avant le début du jeu ? et qui en est sorti perdant ?. 3pts

Exercice 2 (7pts)
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$. On donne les points $A(-2;7)$ et $B(0;1)$.
Soit (C) le cercle de centre $\Omega = bar\{(A;-1),(B;3)\}$ et tangent à $(D) : x+2y-2=0$.

1. a) Montrer que (C) a pour équation cartésienne : $x^2+y^2-2x+4y=0$ 2pts
   b) Déduire une représentation paramétrique de (C) 1pt
2. Vérifier que le point $F(2;1)$ est extérieur à (C) 0,5pt
3. Soit (T) une tangente à (C) en $M(x_0;y_0)$ et passant par F.
   a)Montrer que : $x_0+3y_0=0$ et déduis que y_0^2 vérifie $y_0^2+y_0=0$ 1,5pts
   b) En déduire les équations des tangentes à (C) passant par F . 2pts

Exercice 3 (7pts)
ABC est un triangle. I est milieu de $[AB]$. J et L sont définis par : $\vec{AJ}=\frac{2}{5}\vec{AB}$ et $\vec{AL}=3\vec{AC}$.
La droite parallèle à (AC) menée par J coupe la droite (BC) en K.

1. Exprimer I comme barycentre de A et B, et L comme barycentre des points A et C. 1*2=2pts
2. Exprimer K comme barycentre de B et C. 2pts
3. Démontrer que les points I, K et L sont alignés et préciser la position de ces trois points. 3pts

Exercice 4 (9pts)

ABC est un triangle tel que $AB = 6cm$; $BC = 5cm$ et $AC = 7cm$. On désigne par D, E, F et K des points tel que B soit le milieu de $[CD]$; $2\vec{EB}-\vec{CE}=0$; $F = bar\{(A;2),(B;3)\}$ et $\vec{AK}=\frac{3}{7}\vec{AC}$.
Pour tout point M du plan soit G le point tel que : $13\vec{AG}=-9\vec{MA}+6\vec{MB}+3\vec{MC}$.
On pose $f(M)=MA^2+MB^2$ et $h(M)=Mes(\vec{MB},\vec{MC})$ à 2π radians près

1. a) Réduis le vecteur $\vec{u}=-9\vec{MA}+6\vec{MB}+3\vec{MC}$ puis démontre que G est barycentre des points A, B, C affecté des coefficients 4, 6 et 3 respectivement. 1pt
   b) Construis les points E, F, K et G. 1,5pts

2. Démontrer que les droites (AE), (BK) et (CF) sont concourantes. 1,5pts
3. En écrivant D comme barycentre de B et C, démontrer que $D = bar\{(A;-4),(B;-6),(K;7)\}$ puis déduis que les points D, F et K sont alignés. 1,5pts
4. En désignant par I le milieu de $[AB]$, déterminer et construire l'ensemble (S) des points M du plan tels que $f(M) = 36$. 1,5pts

   b) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $h(M) = \frac{2\pi}{3}$ 1,5pts

   c) Déduire qu'il existe un point P à préciser tel que $PA^2 + PB^2 = 36$ et $Mes(\vec{PB}, \vec{PC}) = \frac{2\pi}{3}$ 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (8pts)

Compétence : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion des barycentres.

SITUATION

Suite à un problème de réseau téléphonique dans l'arrondissement de Massok-Songloulou, la mairie de cette localité fait appel à un groupe d'experts ingénieurs du génie télécommunication et réseau pour l'étude de la situation. Après études, ils constatent que les deux villes pilotes sont Songmbenguè et Massok qui sont distants de $38km$. En assimilant Songmbenguè à un point S et Massok à un point M, ils en ressortent les trois possibilités suivantes pour les décodeurs dont le prix est fonction de la couverture par m^2 ou par kml :

Première possibilité : Pour un décodeur de $6500Frs/km^2$, ils pourront couvrir une zone maximale délimitée par les points T vérifiant la relation : $ST^2 + MT^2 = 1506$

Deuxième possibilité : Pour un décodeur de $18000Frs/kml$, ils pourront couvrir une zone maximale délimitée par les points T vérifiant la relation : $ST^2 - MT^2 = -152$, ou $TS \leqslant 264km$

Troisième possibilité : Pour un décodeur de $9500Frs/km^2$, ils pourront couvrir une zone maximale délimitée par les points T vérifiant la relation : $\vec{TS}.\vec{TM} = -109$.

TACHES

Tache 1 : Déterminer le montant maximal à dépenser par la Mairie pour l'achat du décodeur pour la première possibilité. 3pts

Tache 2 : Déterminer le montant maximal à dépenser par la Mairie pour l'achat du décodeur pour la deuxième possibilité. 3pts

Tache 3 : Déterminer le montant maximal à dépenser par la Mairie pour l'achat du décodeur pour la troisième possibilité. 3pts

NB : On prendra $\pi = 3,14$

Présentation : 2pts

BONNE CHANCE

Faites bien l'école et l'école vous fera du bien !