

MINSEC

Collège Notre Dame de L'IC de Dschang

Année scolaire 2020/2021

Département de Mathématiques

Classe : PC, Coef :6 Durée :3h

Examineur : Roméo Feudjio

# Épreuve de Mathématiques

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.

## PARTIE 1. EVALUATIONS DES RESSOURCES

[15.5pts]

### EXERCICE 1.

[6pts]

1. On considère les systèmes

$$(S_1) : \begin{cases} x - y - z = 600, \\ -x + 3y - z = 1200, \\ -x - y + 7z = 2400. \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} |x| + \frac{2}{2y+1} - \sqrt{z-2} = 600, \\ -|x| - \frac{6}{2y+1} - \sqrt{z-2} = 1200, \\ -|x| + \frac{2}{2y+1} + 7\sqrt{z-2} = 2400. \end{cases} \quad (S_3) : \begin{cases} x^3 + y^3 = -7, \\ x + y = -1. \end{cases}$$

(a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système  $(S_1)$

[0,75pt]

(b) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système  $(S_3)$

[0,75pt]

(c) En déduire la résolution du système  $(S_2)$

[1pt]

2. Trois personnes MARC, LUC et JEAN participent à un jeu et conviennent que : à l'issue d'une partie, le perdant double la mise de chacun des deux autres. Après trois parties où chacune des trois personnes a perdu une, les trois se retrouvent chacune avec 2400Fcfa. En supposant que MARC a perdu la première partie, LUC la deuxième et JEAN troisième, quel était l'avoir de chacun avant le début du jeu ? Qui en est sorti perdant ?

[1,25pt]

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes :

$$a) 5|x - \sqrt{3}| + 14\sqrt{|x - \sqrt{3}|} - 24 = 0 \quad b) \sqrt{x^3 - 27} - x < -3$$

[1pt]

4. On considère l'équation de second degré  $(E_m) : x^2 - 5mx + 4m^2 + 1 = 0$  où  $m$  est un paramètre réel.

(a) Pour quelles valeurs de  $m$ , l'équation  $(E_m)$  admet deux solutions ?

[0,5pt]

(b) Pour quelles valeurs de  $m$ ,  $(E_m)$  possède deux racines réelles de signes contraires ?

[0,25pt]

(c) On suppose que  $(E_m)$  possède deux racines  $\alpha$  et  $\beta$  distinctes. Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$

[0,5pt]

### EXERCICE 2.

[4.25pts]

$ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  tel que  $BC = 5\text{cm}$  et  $AC = 4\text{cm}$ . On considère les points  $G$  et  $H$  tels que  $G = \text{bar}\{(A, -1); (B, 2); (C, 3)\}$  et  $\overrightarrow{AH} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$ .  $I$  est le milieu de  $[AB]$

1. Faire une figure qu'on complètera dans suite.

[0,25pt]

2. Montrer que  $H$  est barycentre des points  $A$  et  $C$  dont on précisera les coefficients.

[0,5pt]

3. Construire sur la même figure ci-dessus les points  $H$  et  $G$ .

[0,5pt]

4. Démontrer que les points  $B, G$  et  $H$  sont alignés.

[0,5pt]

5. Déterminer et construire l'ensemble  $(E_2)$  des points  $M$  du plan tel que  $MA^2 - MB^2 = -3$

[0,75pt]

6. (a) Montrer que  $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$

[0,5pt]

(b) En déduire l'ensemble  $(E_3)$  des points  $M$  du plan tel que  $MA^2 + MB^2 = 1$

[0,5pt]

7. On considère les points  $P, Q$  et  $R$  tels que  $\overrightarrow{CP} = \frac{3}{8}\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BR} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$ . Montrer que les droites  $(AR)$ ,  $(BP)$  et  $(CQ)$  sont concourantes.

[0,75pt]

**EXERCICE 3.**

[5.25pts]

Le plan est muni du repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On donne les points suivants  $A(-2, 2)$ ,  $B(3, 2)$ ,  $D(-2, 6)$ ,  $I$  est le milieu du segment  $[BC]$  et  $C$  est le barycentre des points  $A, B$  et  $D$  affectés des coefficients  $-1, 1$  et  $1$ . On considère le cercle  $(\Gamma)$  d'équation :  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$  de centre  $\Omega$

1. Faire une figure et donner la nature exacte du quadrilatère  $ABCD$ . [0,5pt]
2. Donner une représentation paramétrique de  $(\Gamma)$ . [0,5pt]
3. (a) Montrer que  $I$  appartient au cercle  $(\Gamma)$ . [0,25pt]  
(b) Donner une équation cartésienne de la tangente  $(T)$  à  $(\Gamma)$ . [0,5pt]
4. Démontrer que  $(\Gamma)$  coupe l'axe des abscisses en deux points dont on précisera les coordonnées. [0,5pt]
5. Soit  $m$  un nombre réel et  $(\mathcal{D}_m)$  la droite passant par  $C$  et de coefficient directeur  $m$ .  
(a) Vérifier que  $C$  est un point extérieur au cercle  $(\Gamma)$ . [0,25pt]  
(b) Montrer que  $(\mathcal{D}_m) : mx - y + 6 - 3m = 0$ . [0,5pt]  
(c) Exprimer en fonction de  $m$  la distance de  $\Omega$  à  $(\mathcal{D}_m)$  puis déduire les valeurs de  $m$  pour lesquelles  $(\mathcal{D}_m)$  est tangente au cercle  $(\Gamma)$ . [0,75pt]  
(d) Déterminer les équations normales des deux tangentes à  $(\Gamma)$  passant par  $C$ . [1pt]
6. Déterminer une équation cartésienne de la bissectrice extérieure de l'angle  $\widehat{BAC}$ . [0,75pt]

**PARTIE**

**2. EVALUATIONS DES COMPETENCES : Résoudre des problèmes en faisant appel aux équations de second degré et les systèmes d'équations linéaires à deux ou à trois inconnues pour déterminer les dimensions d'un terrain et résoudre un problème de partage** [4.5pts]

Monsieur DIKA est un éleveur résident dans la ville de Dschang. Il dispose d'un champ ayant la forme d'un triangle rectangle. Pour protéger son champs des voleurs et des prédateurs, il décide d'acheter le fil de fer barbelé pour clôturer son champ. Il se rend à la quincaillerie la plus proche et trouve que mètre de fil barbelé coûte 700FCFA. Monsieur DIKA ne se souvient plus de toutes les dimensions de son champ mais se rappelle tout au moins que l'un des côtés mesure 40m et que le côté le plus long de son champ mesure le double de la longueur du troisième côté à la laquelle on diminue dix mètres.

Pour aménager les alentours de ce champs, DIKA invite des jeunes et prévoit 54600FCFA à partager de manière équitable entre ces jeunes. Le jour de l'aménagement deux de ces jeunes sont empêchés et la part de chacun des travailleurs augmente de 150FCFA.

Pour faire l'élevage des porcs, poules et des oies, il divise son terrain en deux parties. N'ayant pas assez d'argent pour acheter ses animaux, il se rend à Douala à la ferme d'un éleveur agréé de ces types d'animaux. Ce dernier lui propose une formule de livraison : payer d'abord la totalité du transport des animaux qui s'élève à 170000FCFA à raison de 3000FCFA par porc, 2000FCFA par oie et 1500FCFA par poule. L'argent d'achat des animaux devra être versé plus tard. DIKA n'hésitera pas pour valider cette proposition. A son arrivée à sa ferme à Dschang, son fils KINGSLEY fait un décompte et se rend compte que la ferme renferme 75 têtes et 210 pattes d'animaux.

**Tâche 1 :** Déterminer le montant total des dépenses à effectuer par monsieur DIKA pour faire la clôture de son champ. [1,5pt]

**Tâche 2 :** Déterminer la part de chaque jeune ayant pris part à l'aménagement des alentours du champ de DIKA. [1,5pt]

**Tâche 3 :** Déterminer le nombre d'animaux de chaque type présent dans la ferme de monsieur DIKA à son retour de Douala. [1,5pt]

*Quand vous vous demandez où est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendant l'examen(Albert Einstein)!!!!*