COLLEGE PRIVE LAÏC **L'EDUCATEUR** B.P : 7192 Tel : 656055717			EVALUATION DU PREMIER TRIMESTRE	
EPREUVE	CLASSE	DUREE	Coef.	A /S
MATHEMATIQUE	**T^le^D**	**3h30m**	04	2020-2021

NB: la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

PARTIE A EVALUATION DES RESSOURCES (15.5 POINTS)

Exercice 1:05pts

1) On considère l'expression suivante.

$$S_n = \frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \cdots \ldots \ldots \frac{1}{n\times(n+1)}$$

a) Calculer S_1 ; S_2 et S_3 0.75pt

b) Démontrer par récurrence que $\forall\, n \in IN - \{0\}$ $S_n = \frac{n}{n+1}$ 1pt

c) Calculer la valeur exacte de $A = \frac{1}{9\times10} + \frac{1}{10\times11} + \frac{1}{11\times12} + \cdots \ldots \ldots \frac{1}{29\times30}$ 0.75pt

2) On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

a) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ 0.5pt

b) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 2$, $\boldsymbol{f^n(x) = \frac{(-1)^n \times n!}{(x+1)^{n+1}}}$ où $f^n(x)$ désigne la dérivée n^{ieme} de f. 1pt

EXERCICE 1: 06pts

1-Résoudre dans ℂ×ℂ le système: $\begin{cases} iz + \overline{z'} = -2\sqrt{3} \\ \bar{z} - iz' = -2 \end{cases}$ 0.75pt

2-On considère dans ℂ l'équation (E) : $z^3 + (9i)z^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12) = 0$

a-Montrer que (E) admet une solution réelle que l'on déterminera. 0.5pt

b-Résoudre dans ℂ l'équation (E) 1.5pt

3-On donne dans le plan les points A ; B et C d'affixes $z_A = -2 + 2i$; $z_C = 2$ et $z_C = -1 + 6i$

a-Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ et en déduire la nature du triangle ABC. 0.5pt

4- On Donne $z_0 = 2i\sqrt{2}$

a- vérifier que $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ 0,25pt

b- Déterminer les racines cubiques de z_0 0,5pt

c- linéariser $(cosx)^4$ 0.5pt

5- Soit f l'application, qui à tout nombre complexe z Différent de $-2i$, associe $f(z) = \frac{z-2+i}{z-2i}$.

a) On pose $z = x + iy$. Exprimer en fonction de x et de y,la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$ 1pt

b) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $f(z)$ soit un réel. 0.5pt

c) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que$|f(z)| = 1$. 0.5pt

EXERCICE 2 :05.5pts

Soit $(U_n)_n$ la suite de nombres réels définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{6 + U_n} \end{cases} \forall\, n \in IN$

1-Montrer que pour tout n $\in IN$ $0 \leq U_n \leq 3$ $0.75pt$

2-Montrer que la suite $(U_n)_n$ est croissante 0.75pt

3- En déduire que $(U_n)_n$ est convergente 0.5pt

4- Montrer que pour tout n $\in IN$ $3 - U_{n+1} \leq \frac{3-U_n}{3}$. 1.5pt

5- Montrer que pour tout n $\in IN$ $0 \leq 3 - U_{n+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$. 1.5pt

6- En déduire la limite de la suite $(U_n)_n$. 0.5pt

PARTIE B :.EVALUATION DES COMPETENCES: (4.5 pts)

Jules lance une balle de tennis pour la faire rebondir au sol. Après le premier répond, la balle atteint 10m de haut. A chaque rebond, la balle perd 30% de hauteur.

Arthur, un ami de Jules lui affirme que sa balle de football qu'il a lancé au sol au même moment que Jules et après le premier rebond a atteint 15 m de haut (et qui perd 1.5m de haut à chaque rebond) a parcourue la même distance que celle de Jules.

1. Au bout de combien de rebonds le mouvement de la balle ne sera plus perceptible (hauteur≤1mm)? 1.5pt
2. Sachant que la balle a été lancé d'une hauteur initiale de 1.5m, quelle distance la balle aura-t-elle parcourue au total ? 1.5pt
3. Les propos de Jules sont-ils corrects ? 1.5pt