



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°1 DU 2^{ème} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

1. Résous dans \mathbb{R}^3 , le système suivant (S) :
$$\begin{cases} x + y + z = 35 \\ x + y + 2z = 45 \\ x + 2y + z = 45 \end{cases} \quad \text{1,5pt}$$

2. Trois camarades de 1^{ère} C : **ALI**, **BELL** et **BONA** décident ensemble de prendre leur petit déjeuner à la cantine de leur Lycée. **ALI** commande un pain, une sardine, un œuf et paie 350 FCFA ; **BELL** commande un pain, une sardine, deux œufs et paie 450 FCFA ; **BONA** commande un pain, deux sardines, un œuf et paie 450 FCFA.

Combien paiera l'élève **MATIP** s'il commande un pain, deux sardines et deux œufs ? **1,5pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

$ABCD$ est un carré de sens direct de centre O et de côté $3cm$. E est le point tel que AEB soit un triangle équilatéral de sens direct. On note G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 1)$ et $(E, 1)$. Soit I le milieu du segment $[BE]$.

- Fais une figure. **0,5pt**
- Montre que le point G est le milieu du segment $[AI]$. **0,5pt**
- Montre que $AI^2 = \frac{27}{4}$. **0,5pt**
- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + IM^2 = AI^2$.
(a) Montre que pour tout point M du plan, on a : $AM^2 + IM^2 = 2GM^2 + \frac{AI^2}{2}$. **0,75pt**
(b) Détermine et construis l'ensemble (Γ) . **0,75pt**

EXERCICE 3 : (4 points)

A) En vous servant des égalités : $5x = 3x + 2x$ et $x = 3x - 2x$.

- Montre que pour tout réel x , on a : $\cos x + \cos 5x = 2 \cos 2x \cos 3x$. **0,5pt**
- Déduis-en l'ensemble S dans \mathbb{R} des solutions de (E) : $\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0$. **0,5pt**
- Factorise de manière analogue $\sin x + \sin 5x$. **0,5pt**
- Pour x n'appartenant pas à S , on pose $A(x) = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}$.
Résous dans $]-\pi; \pi[$ l'équation $A(x) = 1$. **0,75pt**

B) Pour tout réel x , on pose $B(x) = -1 + 2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$.

- Montre que pour tout réel x , on a : $B(x) = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. **0,5pt**
- Résous dans $[0; 2\pi[$, l'équation $B(x) = -1$. **0,75pt**

3. Place les points images des solutions de cette équation sur le cercle trigonométrique. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (5 points)

A) f et g sont les fonctions définies par $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ et $g(x) = \frac{x}{x+2}$. On pose $h = g \circ f$.

1. Détermine l'ensemble de définition de h et calcule explicitement $h(x)$. **1pt**

2. Soit \mathcal{H} l'hyperbole d'équation $y = \frac{2}{x}$. \mathcal{E} désigne la courbe représentative de la fonction

f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(a) Construis la courbe \mathcal{H} . **0,5pt**

(b) Montre que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \frac{2}{x+1} + 1$. **0,25pt**

(c) Comment peux-tu déduire la courbe \mathcal{E} de la courbe \mathcal{H} ? Construis alors \mathcal{E} . **1pt**

B) On lance deux fois de suite un dé cubique parfaitement équilibré, dont les faces sont numérotées 1; -1; 2; -2; 3; 4. On note a le résultat du premier lancer et b celui du deuxième lancer.

On considère l'équation $(E): x^2 + ax + b = 0$ et le système $(S): \begin{cases} ax - y = 0 \\ bx + y = 0 \end{cases}$

1. Quel est le nombre de possibilités de résultats ? **0,5pt**

2. Quel est le nombre de possibilités de résultats dans chacun des cas suivants :

(a) (E) admet deux racines de même signe ? **1pt**

(b) L'unique solution du système (S) est le couple $(0, 0)$? **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

L'unité de longueur est le mètre.

M. MBARGA a une salle de spectacle qu'il souhaite décorer le plafond avec du bois d'ébène qui coûte 5.000 **FCA** le mètre carré. Il a divisé ce plafond en trois zones Z_1 , Z_2 et Z_3 .

La zone Z_1 est représentée dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) par l'ensemble des points M tels que $\overline{ME} \cdot \overline{MF} = 7$ où $E(1; -3)$ et $F(1; 3)$.

La zone Z_2 est délimitée par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $]-\pi; \pi]$ de l'équation $\cos 4x - 5 \cos 2x = -3$.

La zone Z_3 est représentée par l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB} = 2$ où A et B sont deux points du plafond distants de $3m$.

Le menuisier décorateur **ATEBA** voudrait lui communiquer le coût du bois par zone, hors mis sa main d'œuvre. On prendra $\pi = 3,14$ et $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Tâches :

1. Détermine le coût du bois de la zone Z_1 . **1,5pt**

2. Détermine le coût du bois de la zone Z_2 . **1,5pt**

3. Détermine le coût du bois de la zone Z_3 . **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**