COMPLEXE SCOLAIRE BILINGUE DE LA VALLEE
BP: 17353 DOUALA
Tél : 679 757 193/699 551 899
E-mail:cosval0@yahoo.fr

A /S 2020- 2021

Département de Mathématiques

TRAVAUX DIRIGES

EPREUVE	CLASSE	COEF	DUREE	DATE	HORAIRE
MATHEMATIQUES	1ère D	4	4h	09/01/ 2021	-

Exercice 1 :

A- Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés de mesure $\frac{403\pi}{2}$; $-\frac{213\pi}{6}$.

B- 1.a) Montrer que $\left(2+2\sqrt{3}\right)^2 = 16+8\sqrt{3}$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4x^2+2(-\sqrt{3}+1)x-\sqrt{3}=0$.

2. En déduire dans $[0;2\pi]$ la résolution de l'équation : $4\sin^2 x+2\left(-\sqrt{3}+1\right)\sin x-\sqrt{3}=0$

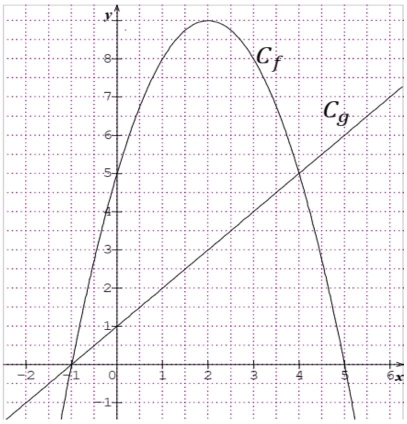
3.a) Représenter sur le cercle trigonométrique les points A, B, C et D, images respectives des mesures $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6} et \frac{\pi}{6}$.

b) Calculer l'aire du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J), on représente les courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ des fonction f et g.

Soit h la fonction définie par $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ et k la fonction définie par $k(x)=f\circ g(x)$.



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction h.
2. Résoudre les équations $h(x)=0$ et $h(x)=1$.
3. Déterminer l'expression de $f(x)$ et $g(x)$.
4. Donner le domaine de définition de la fonction k.
5. Déterminer $k(4)$ et $k(-1)$.

Exercice 3 :

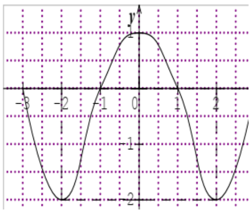
A- Quatorze hirondelles se reposent sur 3 fils électriques. Le troisième fil à lui seul accueille 4 hirondelles de plus que les deux autres fils ensemble. Si une hirondelle passe du troisième fil au premier fil, alors le nombre d'hirondelles perchées sur le troisième fil est le double du nombre d'hirondelles posées sur le premier fil. Déterminer le nombre d'hirondelles sur chaque fil. Pour chacune des questions suivante, quatre réponses vous sont proposées, choisir la bonne réponse et l'écrire sur votre feuille de composition.

B- QCM

1- On admet que la fonction f telle que $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ admet une réciproque qui est :
a) $f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x-1}$; b) $f^{-1}(x)=\frac{x-1}{x+1}$; c) $f^{-1}(x)=\frac{x}{x-1}$; d) $f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x}$.

2- Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et admettant le point $A(-1;2)$ comme centre de symétrie. On donne $f(0)=3$, alors $f(-2)$ est égale à : a) 0 ; b) 1 ; c) 2 ; d) 3

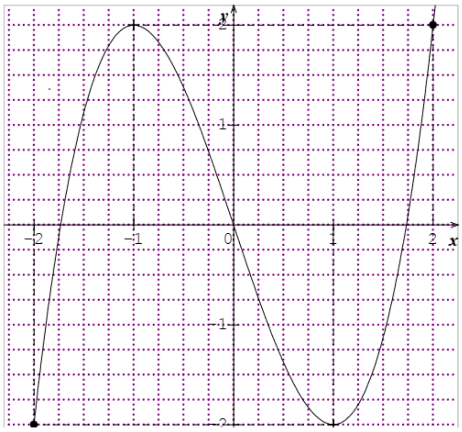
3- On donne ci-contre la courbe (C) d'une fonction f.



3.1-L'équation $f(x)=-0{,}5$ admet
a) une solution b) deux solution c) trois solutions d) quatre solutions

3.2-La fonction f est bijective de $[-2;-1]$ vers un ensemble A. Alors :
$A=[-2;1]$; b) $A=[-2;0]$; c) $A=[-2;1]$; d) $A=[-2;0]$

Exercice 4 : La courbe ci-contre est celle d'une fonction f définie de $[-2;2]$ vers $[-2;2]$.



1- Préciser le signe de $f(x)$ sur $[-2;2]$.
2- Donner, en justifiant votre réponse, la parité de f.
3- Dire si la fonction f est injective, surjective ou bijective.

4- Construire sur votre feuille la courbe de la fonction g telle que $g(x) = f(x-1)+1$.

Exercice 5 :

On considère l'équation $(E): -2x^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$

1) Montrer que $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=5+2\sqrt{6}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): -2x^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(E): -2x^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)x+\frac{\sqrt{6}}{2}\leq 0$

4) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $(E'): -2\sin^2 x+\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\sin x+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$

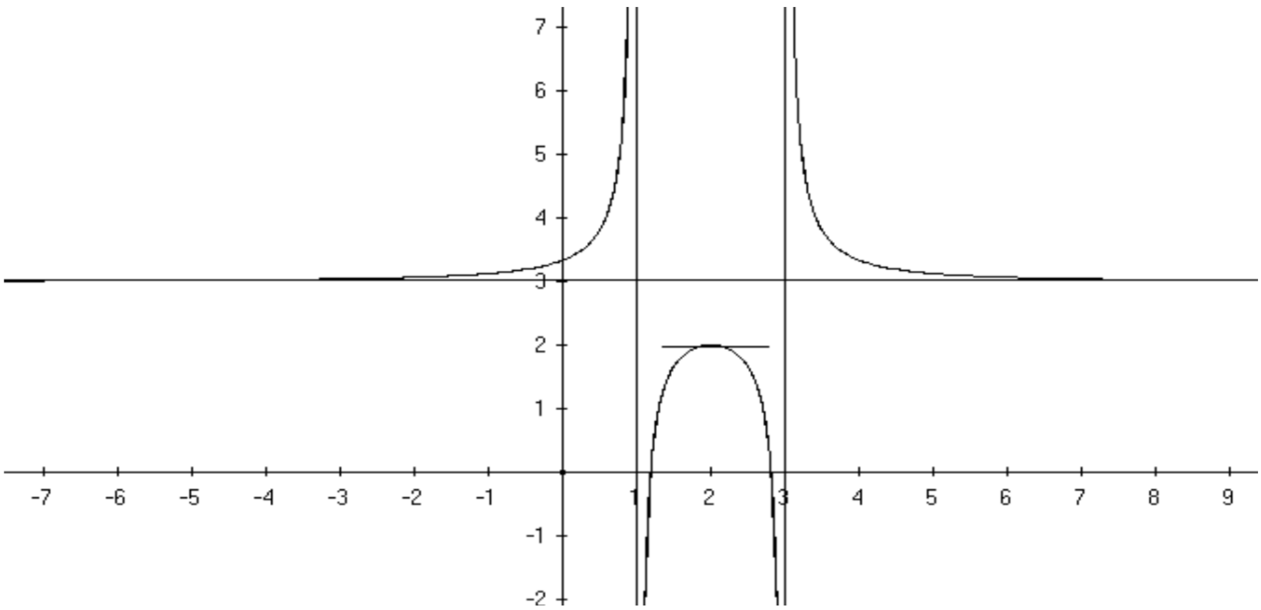
5) Placer les solutions de (E') sur un cercle trigonométrique.

Exercice 6:

On considère les fonctions f, g et h définies de IR vers IR par :
pour tout réel x, $f(x) = -\frac{3}{2x}$, $g(x) = \frac{2x+1}{2x+4}$ et $h(x) = 3 + \cos x$.
On munit le plan d'un repère $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$.
1-a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
b) Construire la courbe (C_f) de la fonction f dans le repère $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$.
2-a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de la fonction g.
b) Montrer que pour tout x dans D_g, $g(x) = f(x - a) + b$ où a et b sont deux réels que l'on déterminera.
c) En déduire la transformation plane permettant d'obtenir la courbe (C_g) de la fonction g à partir de la courbe (C_f) de la fonction f.
3-a) Etudier la position relative des courbes (C_f) et (C_g).
b) Construire la courbe (C_g) dans le repère $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$.
4-a) Déterminer l'ensemble de définition D_{goh} de la fonction goh.
b) Déterminer goh(x) pour tout x dans D_{goh}.

Exercice 7:

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$.
On considère une fonction rationnelle f dont la courbe représentative dans le repère $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$ est donnée ci-dessous.



1- Déterminer l'ensemble de définition de f et les limites aux bornes de cet ensemble.
2- Dresser le tableau de variations de f.
3- Résoudre dans IR et graphiquement les inéquations suivantes :
(a) $f(x) \geq 3$ (b) $f(x) \leq 2$ (c) $2 \leq f(x) \leq 3$.
4- Construire la courbe de la fonction g définie par : $g(x) = f(|x|)$.
5- On suppose que $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x^2-4x+3}$.Déterminer les réels a, b et c.
6- Montrer que la droite d'équation $x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe de f.

Exercice 8 :

On considère la fonction u définie sur IR par : $u(x) = \sin^2 x \cos 2x$.
1- Etudier la parité de la fonction u puis en déduire une conséquence géométrique.
2- Montrer que la fonction u est périodique de période π puis en déduire une conséquence géométrique.
3- En déduire que l'étude de u peut être faite sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
4- Montrer que la droite d'équation $x = \frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie pour la courbe représentative de la fonction u.
5- Résoudre les inéquations suivantes dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$:
(a) $\sin 2x \leq 0$ (b) $1 - 4\sin^2 x \leq 0$

Exercice 9:

On pose $A(x) = \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x$ et $B(x) = 1 + \cos 2x + \cos 4x$.
1-a) Montrer que pour tout réel x, $\sin 4x \cos 2x = \sin 2x(1 + \cos 4x)$
et $\sin 6x = \sin 2x(1 + 2\cos 4x)$.
b) En déduire que pour tout réel x, $A(x) = 2\sin 2x B(x)$.
2- Montrer que $B(x) = \cos 2x(1 + \cos 2x)$.
3-a) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$, l'équation $A(x) = 0$.
b) Placer les images des solutions sur un cercle trigonométrique.
4-a) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$, dans $[0; 2\pi]$ et dans IR, l'inéquation $B(x) \geq 0$.
b) Représenter les images des solutions sur un cercle trigonométrique.

Exercice 10:

I) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

2) En déduire dans $]-\pi; \pi] \times]-\pi; \pi]$ les solutions du système $\begin{cases} \sin x + 2\cos y = 0 \\ \sin x - 2\cos y = 2 \end{cases}$

II)

1) Calculer $(4 + \sqrt{3})^2$ et donner le résultat sous la forme $a + b\sqrt{b}, a \text{ et } b \text{ entiers}$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + (\sqrt{3} - 4)x - 2\sqrt{3} = 0$
3) Résoudre alors dans $]-\pi; \pi]$ l'équation $2\sin^2 x + (\sqrt{3} - 4)\sin x - 2\sqrt{3} = 0$

Exercice 11:

1- Résoudre dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, l'équation (E) : $\cos 4x = \sin x$.
2- Montrer que pour tout réel x, $\cos 4x = 8\sin^4 x - 8\sin^2 x + 1$.
3- En déduire que l'équation (E) est équivalente à l'équation (E') :
$8x^4 - 8x^2 - x + 1 = 0$.
4- Montrer que $8x^4 - 8x^2 - x + 1 = (x - 1)(2x + 1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont trois réels à déterminer.
5- Résoudre dans IR, l'équation (E').
6- En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{10}$.

Exercice 12:

1- Démontrer que pour tout réel x, $\cos^6 x + \sin^6 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x$.
2- Résoudre dans $]-\pi; \pi]$, l'équation $\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{7}{16}$.
3- Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ puis dans IR, l'inéquation $\cos^6 x + \sin^6 x \leq \frac{7}{16}$.
4- Placer les images des solutions sur un cercle trigonométrique.

Exercice 13:

1- Résoudre dans IR et dans $]-\pi; \pi]$, l'équation cos3x = cos4x.
2- Montrer que pour tout réel x, $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ et $\cos 4x = 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1$.
3- En déduire que l'équation $8x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 3x + 1 = 0$ a pour solutions 1, $\cos\frac{2\pi}{7}$, $\cos\frac{4\pi}{7}$ et $\cos\frac{6\pi}{7}$.
4- Utiliser les relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme pour déduire que :
$\cos\frac{2\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7} = \frac{1}{8}$ et $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$.

Exercice 14:

1- Résoudre dans IR, l'équation $x^2 - 10x + 5 = 0$.
2-a) Résoudre dans IR et dans $]-\pi; \pi]$, l'équation tan4x + tanx = 0.
b) Placer les images des solutions sur un cercle trigonométrique.
3- on pose t = tanx.
a) Exprimer tan2x en fonction de t.
b) Exprimer tan4x en fonction de tan2x puis en fonction de t.
Que devient l'équation tan4x + tanx = 0 ?
4- Résoudre dans IR l'équation $t^5 - 10t^3 + 5t = 0$.
5- En déduire les valeurs exactes de $\tan\frac{\pi}{5}$, $\tan\frac{2\pi}{5}$, $\tan\frac{3\pi}{5}$ et $\tan\frac{4\pi}{5}$.

Exercice 15:

Pour chacune des questions suivantes, recopier sur votre feuille de composition le numéro de la question et la lettre de la réponse exacte choisie parmi celles proposées. (Aucune justification n'est demandée).

1. Sachant que $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ $et\ \sin x = \frac{3}{5}$; alors :
   a) $\cos x = \frac{2}{5}$ **b)** $\cos x = -\frac{4}{5}$ **c)** $\cos x = \frac{4}{5}$
2. Sachant que $\cos x = -\frac{1}{2}$ $et\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors :
   a) $x = -\frac{2\pi}{3}$ **b)** $x = -\frac{4\pi}{3}$ **c)** $x = \frac{2\pi}{3}$
3. Sachant que $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$, alors :
   a)$\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ **b)**$\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **c)**$\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$
4. L'angle orienté dont une mesure est $\frac{-129\pi}{4}$ a pour mesure principale:
   a) $\frac{-3\pi}{4}$ **b)** $\frac{3\pi}{4}$ **c)** $\frac{-\pi}{4}$

Exercice 16:

Monsieur AKONO est propriétaire d'un champ ayant la forme d'un carré ABCD (voir figure) dont les sommets A, B, C et D sont les points images sur le cercle trigonométrique (unité sur les axes 1cm = 100m) des solutions de l'équation $2\cos^2 x - 1 = 0$. Dans ce champ, il y cultive les ananas. Il évalue le mètre carré lors de la culture de ce champ à 2500frs CFA. Ce champ lui a permis de s'acheter un autre champ EFHI de forme rectangulaire où il souhaite y cultiver des arachides. Les sommets de ce rectangle sont les points images des solutions de l'équation $4\sin^2 x - 3 = 0$ Le mètre carré ici étant évalué à 3000 frs CFA.

1. Estimer la dépense pour la culture des ananas.
2. Estimer la dépense pour la culture des arachides