



Classe : 2nde c Travaux dirigés: vecteurs et un complément de calculs dans \mathbb{R}

Exercice 1 :

1. On considère les nombres $A = \frac{\frac{2}{3}-2}{\frac{3}{5}+\frac{6}{7}} \div \frac{11}{3}$ et $B = \sqrt{\frac{0,243 \times 6,4}{0,0144 \times 27}}$.

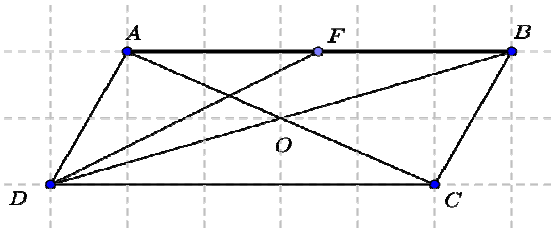
- a) Mettre A sous la forme irréductible.
- b) Montrer que B est un entier naturel.

2. Résoudre dans \mathbb{R} chacune des équations et inéquations suivantes :

- a) $|x - 2| = 6$ b) $|2x - 4| = -7$ c) $|x + 4| \leq 5$ d) $5 < |-3x + 2| \leq 8$

Exercice 2 :

ABCD est un parallélogramme de centre O, F le milieu du segment [AB]



- 1) Déterminer $(\vec{DA} + \vec{DB}) + \vec{DF}$
- 2) Montrer que $\vec{CD} + \vec{CB} = -(\vec{AB} + \vec{AD})$
- 3) Construire le vecteur $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{CB} - \frac{2}{3}\vec{CD}$
- 4) Construire un point E tel que OBEC soit un parallélogramme.

Exercice 3 :

A/ ABC est un triangle quelconque.

- 1. Construire les points D et E tels que $\vec{AD} = \vec{BC}$ et $\vec{CE} = 2\vec{AB}$.
- 2. Démontrer que le point D est le milieu du segment [CE].

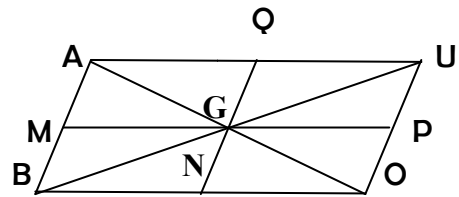
1

B/ On donne $\vec{CD} = -4\vec{CE}$. En utilisant uniquement la relation de Chasles, compléter par le nombre réel qui convient les vides ci-dessous en montrant les détails de vos calculs .

$\vec{DC} = \dots \dots \vec{DE}$; $\vec{ED} = \dots \vec{EC}$

Exercice 4 :

ABOU est un parallélogramme de centre G.
M, N, P et Q sont les milieux respectifs des segments [AB], [BO], [OU] et [AU].



- 1. Démontrer que $\vec{AO} + \vec{BU} = \vec{AU} + \vec{BO}$
- 2. Déterminer les coordonnées des points A, G, M, O et N dans le repère $(\vec{A}; \vec{AB}; \vec{AU})$.
- 3. a) Montrer que dans cette base, $\vec{MN}(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ et $\vec{AO}(1; 1)$.
b) En déduire que (MN) // (OA)

Exercice 5:

- 1/ Soient $C = \sqrt{5} + 3$ et $D = \sqrt{5} - 3$.
 - a. Calculer C^2 , D^2 et $C \times D$.
 - b. Démontrer que $\frac{C}{D} + \frac{D}{C}$ est un entier relatif.
- 2/ Résoudre dans \mathbb{R}
 - a. $|3x+2|=5$ b. $|x-1| \leq 3$ c. $|-5x+7| = -8$
- 3/ Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système $\begin{cases} a - r = 3 \\ a + r = 5 \end{cases}$

- a. Montrer que $|x-a| \leq r \Leftrightarrow a-r \leq x \leq a+r$
 b. Dédire l'écriture en valeur absolue de $3 \leq x \leq 5$

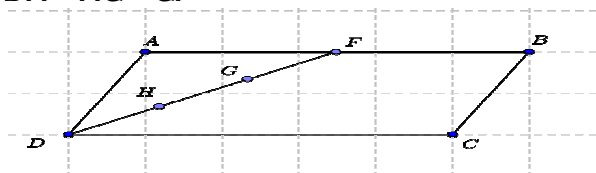
Exercice 6 :

$B = (\vec{i}, \vec{j})$ est une base des vecteurs de plan. On donne $\vec{u} = a\vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{v} = 2\vec{i} + a\vec{j}$

- 1) a) Calculer $\det(\vec{u}, \vec{v})$ en fonction de a
 b) Déterminer a pour que \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires ?
 2) On donne $\vec{S} = 4\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{T} = \vec{i} + 3\vec{j}$.
 a) Justifie que $(\vec{S}; \vec{T})$ est une base du plan
 b) Écrire \vec{i} et \vec{j} en fonction de \vec{S} et \vec{T}
 c) Dédire les coordonnées de \vec{i} et \vec{j} dans la base $(\vec{S}; \vec{T})$

Exercice 7 :

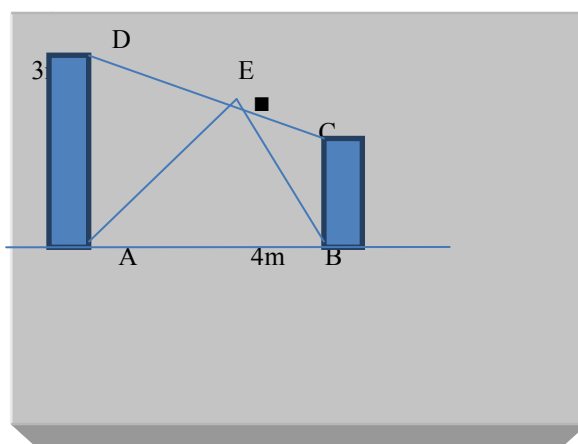
ABCD un parallélogramme, F est le milieu de [AB], H et G sont des points de [DF] tels que $DH = HG = GF$



- 1/ Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{DF} , \vec{AC} et \vec{AG} dans la base (\vec{AD}, \vec{AF})
 2/ Démontrer que les points A, G et C sont alignés.
 3/ En déduire que $\vec{AD} + \vec{AB}$ et \vec{AG} sont colinéaires

Exercice 8 : évaluation des compétences

Un ingénieur veut concevoir un dispositif afin de quitter du point C d'un bloc de béton de hauteur 2 m à un point D d'un autre bloc de béton de hauteur 3m. Les deux bloc étant distants de 4m. Pour cela il envisage fixer une planche [CD], la renforcer avec des supports [AE] et [EB] tel que $\vec{DE} = \frac{2}{3}\vec{DC}$, comme l'indique la figure ci-dessous. Le bois à utiliser étant de mauvaise qualité il désire le traiter avec un produit chimique qui nécessite 0.75 litre par mètre de planche. Il observe sa structure à partir d'un repère orthonormé (A, \vec{i}, \vec{j}) tel que $\vec{i} = \frac{1}{4}\vec{AB}$ et $\vec{j} = \frac{1}{3}\vec{AD}$



- 1) Quelle quantité de produit chimique est-il nécessaire pour traiter la planche [DC] ?
 2) Quelle quantité de produit chimique est-il nécessaire pour traiter la planche [AE] ?
 3) Quelle quantité de produit chimique est-il nécessaire pour traiter la planche [EB] ?

Exercice 9 :

ABC est un triangle quelconque. A', B', C' sont les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].

1/ Construire le point G centre de gravité de ABC.

2/ En utilisant la propriété de la droite du milieu et de Thalès, montrer que

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'} \quad ; \quad \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} \quad ; \quad \overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$$

3/ Montrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AA'}$; $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BB'}$; $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CC'}$

4/ En déduire que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Exercice 10 :

On considère les points $A(5; 4)$, $B(-1; 1)$, $C(-1; 4)$ dans un repère orthonormé.

1. Calculer les distances AB, AC, BC .
2. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifie ta réponse.
3. Détermine les coordonnées des points A', B', C' milieux respectifs des segments $[BC], [AC]$ et $[AB]$.
4. Détermine les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$.
5. Montre que le point G appartient aux droites (BB') et (CC') .
6. Montre que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
7. Que représente G pour le triangle ABC ?

Exercice 11 :

Réduis les sommes vectorielles suivantes :

1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} =$
2. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB} =$
3. $\overrightarrow{MR} - \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BQ} - \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{AM} =$

Exercice 12:

On considère les points $A(-1; -\frac{3}{2})$, $B(5; -2)$, $D(-3; 0)$. Dans un repère orthonormé.

1. Détermine les coordonnées du point C pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Détermine les coordonnées du centre I de $ABCD$.

Exercice 13 :

On considère les points $A(2; -5)$, $B(1; 3)$, $C(-1; -2)$ dans un repère orthonormé.

1. Détermine les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .
2. Détermine les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

Exercice 8 :

On considère un quadrilatère $ABCD$ tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles. On désigne par I le milieu du segment $[AD]$ et par J celui du segment $[BC]$.

1. Réduis les sommes
 - a) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{AB} =$
 - b) $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{DC} =$
2. Que peut-on en déduire ?
3. Montre que $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$