Année scolaire 2020-2021
Contacts :655196915

Situé au groupe scolaire bilingue *NGIEGOM (olembé)*

EXPERT CORPORATION	Epreuve de MATHEMATIQUES	CLASSE: TleC	
1^{ere} évaluation de la 3^{eme} séquence DECEMBRE 2020		Durée : 4h	Coef : 7

Proposée par : *Mr SYMPHORIEN STYVE KAMGA*

NB : le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élevé de justifier toutes ses affirmations.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points).

EXERCICE 1 :(05,25pts)

I) Soit a un entier naturel qui s'écrit $a = r^\alpha s^\beta$ avec r et s deux nombres premiers distincts, et α, β deux entiers naturels. Le but de cette exercice est de montrer que $a^n = p^2$ ou n est le nombre de diviseurs de a et p le produit de tous les diviseurs de a.

1) On pose $a = 200$.
   a) Quel est le nombre de diviseurs n de a. [0.5pt]
   b) Déterminer p, produit de tous les diviseurs de a. [0.5pt]
   c) Vérifier qu'on a bien $a^n = p^2$ [0.5pt]
2) On suppose à présent que $a = r^\alpha s^\beta$ (r et s premiers distincts) α, β deux entiers naturels .
   a) Déterminer n le nombre de diviseurs de a. [0.5pt]
   b)Démontrer que le produit p de tous les diviseurs de a est $p = r^{\frac{\alpha(\alpha+1)(\beta+1)}{2}} s^{\frac{\beta(\beta+1)(\alpha+1)}{2}}$ [0,75pt]
   c)Déduire alors que $a^n = p^2$ [0,75pt]

II) 1- Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ le système $\begin{cases} (3x+5y)(x+2y) = 1276 \\ xy = 2ppcm(x;y) \end{cases}$ [0,75pt]

2- On note A l'ensemble des 193 entiers naturels inférieur où égaux à 192 et on considère les deux fonctions f et g définie de la manière suivante :

à tout entier a de A, f associe le reste de la division euclidienne de a^{83} par 193.

à tout entier g de A, g associe le reste de la diviion euclidienne de a^{155} par 193.

Démontrer que $g\left(f(a)\right) = a^{83\times155}\left[193\right]$. En déduire que pour tout $a \in A$ on a : $g\left(f(a)\right) = a$. [1pt]

EXERCICE 2 :(03,5pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on donne les points $A(-2\,;-1\,;2)$; $B(6\,;-5\,;3)$; $C(-1\,;3\,;10)$ et le vecteur $\vec{u}\,(-4,-7,4)$

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}\,.\overrightarrow{AC}$ puis interpréter géométriquement ces résultats [0.75pt]
   b) Calculer les distances AB et AC. En déduire la nature exacte du triangle ABC [0.75pt]
2) Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ sont colinéaires [0.5pt]
3) Montrer que $\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\| = 9\|\vec{u}\|$ et en déduire l'aire du triangle ABC en fonction de la norme de $\vec{u}$. [0.5pt]
4) Soit D(1 ; 1 ; 1) un point de l'espace.
   a) Les points A, B, C, D sont – ils coplanaires ? [0.5pt]
   b) Calculer le volume V, en unité de volume, de la pyramide de sommet D et de base le triangle ABC. [0.5pt]

EXERCICE 3 (03,5pts)

1. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 2z + 4 = 0$ [0.5pt]
   b) Déterminer une écriture exponentielle de chacune des solutions de (E). [0.5pt]

2. Dans le repère rapporté à un repère orthonormé directe (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), on considère le cercle (**Γ**) de centre O et de raton 2 et le point A d'affixe 2.

Placer les points B et C d'affixes respectives $e^{\frac{i\pi}{3}}$ et $2e^{-\frac{i\pi}{3}}$. [0.5pt]

3. Soit **θ** ∈]**-π** ; **π**] et M le point du cercle (**Γ**) d'affixe $2e^{i\theta}$.

On désigne par N le point de (**Γ**) tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OM};\ \overrightarrow{ON}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Justifier que N a pour affixe $2e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}$. [0.5pt]

4. Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a) Soit F et K les milieux respectifs des segments $[BM]$ et $[CN]$. Montrer que r(F) = K. [0.5pt]

b) En déduire la nature du triangle AFK. [0.25pt]

5. a) Montrer que $AF^2 = 4 - 2\sqrt{3}cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$. [0.5pt]

b)En déduire l'affixe du point M pour laquelle AF est maximale et construire le triangle AFK correspondant. [0.25pt]

EXERCICE 4 :(03,5pts)

A- On considère l'équation $(E): x^5 - 209x + 56 = 0$

1) Démontrer que (E) admet trois solutions réelles, dont on donnera le signe. [0.75pt]

2) a- Démontrer que deux de ces solutions ont pour produit 1 et calculer leur somme. [0.75pt]

b- En déduit ces deux solutions et déterminer une valeur approchée $\grave{a}$ 10^{-2} près de la troisième solution [0.75pt]

B- Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$;démontrer que pour tout entier naturel n non nul, il existe un polynôme P_n de degré n tel que pour tout $x\epsilon\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}, f^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{n!P_n(x)}{2(x^2-1)^{n+1}}$ [0.75pt]

C- Démontrer que pour tout nombre réel $x \in \left[0;\frac{1}{2}\right]$ on $\grave{a}$: $1 - \frac{x}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{1-x} \leq 1 - \frac{x}{2}$ [0.5pt]

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

Situation :

Monsieur FOTSO est Comptable dans une société de micro finance. Il a un chantier qui n'est malheureusement pas desservi par une voie que peut emprunter un engin à moteur. Il achète le sable et a versé chez son voisin situé à une centaine de mètres du chantier. Ce sable livré par une société et acheter à raison de 15000F le mètre cube (m^3) est contenu dans un bac plein de forme parallélépipédique de dimensions 3m×a m×b m où a et b vérifient en mètre le système : $\begin{cases} ppcm(a,b) = a + 3 \\ pgcd(a,b) = 2 \end{cases}$

Ce sable devrait être transporté en 100 tours dans des seaux identiques et pleins par des garçons et des filles du quartier. Les garçons ont effectué 8 tours et les filles 5 tours. Pour les motiver, il leur propose un taux forfaitaire de 1000F par personne.

Frustré par ce problème qui le préoccupe, monsieur FOTSO rejoint son lieu de service. Mais malheureusement il a oublié le mot de passe de son ordinateur. En fouillant ses documents, il tombe sur ce message : mot de passe « WSAYZ ». Le procédé de décodage est le suivant : $\grave{a}$ chaque lettre de l'alphabet, on associe, grâce au tableau ci-dessous, un nombre entier compris entre 0 et 25. Ensuite, le procédé de décodage continu de la façon suivante :

Étape 1 : A la lettre que l'on veut décoder, on associe le nombre x correspondant dans le tableau.

Étape 2 : On calcule le reste de la division euclidienne de 17x+ 5 par 27 et on le note m.

Étape 3 : Au nombre m, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Tâches :

1. Déterminer le prix d'achat du sable. [1.5pt]

2. Déterminer le montant nécessaire à prévoir par Mr FOTSO pour satisfaire les transporteurs sachant qu'il y a plus de garçons que de filles. [1.5pt]

3. Décoder le mot de passe de l'ordinateur de Mr FOTSO. [1.5pt]