



TRAVAUX DIRIGES: SIMILITUDES ET NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1

Sachant que l'écriture complexe de l'homothétie est $z' = k(z - w) + w$, et celle de la rotation est $z' = e^{i\alpha}(z - w) + w$.

Utiliser le fait que toute similitude s'écrit sous la forme $S = r^0 h$, pour prouver que l'écriture complexe de la similitude est de la forme $z' = az + b$ où a et b sont des nombres complexes à déterminer.

Exercice 2

Soient f et g les transformations du plan ayant pour écriture complexe respectives :

$$z' = -iz + 3 \text{ et } z' = (2 + i)z - i.$$

Déterminer l'écriture complexe de $g \circ f$.

Exercice 3

On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives Z_A, Z_B, Z_C et Z_D

Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

i) $Z_A = \sqrt{2} + 5i; Z_B = \sqrt{2} + 3i; Z_C = 6i; Z_D = \sqrt{3} + 5i.$

ii) $Z_A = 2i; Z_B = \sqrt{3} + 3i; Z_C = 5 - 2i; Z_D = 7 - 2i.$

Exercice 4

1) Dans chacun des cas ci-dessous, reconnaître l'application dont l'écriture complexe est:

(1) $z' = z + 2i + 1$; (2) $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z$; (3) $z' = -z.$

(4) $z' = z - 3i$; (5) $z' = iz$; (6) $z' = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - i)z.$

2) En déduire si possible les éléments caractéristiques.

Exercice 5

On donne les points A, B, A' et B' d'affixes respectives $Z_A, Z_B, Z_{A'}$ et $Z_{B'}$,

$$Z_A = 2 + 3i; Z_B = -1 - 2i; Z_{A'} = i; Z_{B'} = -3.$$

Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe qui transforme A en A' et B en B'.

Exercice 6

On donne les points A et B d'affixes respectives $Z_A = 6 + 2i$ et $Z_B = 2 + 4i$.

1. Déterminer la nature du triangle OAB.

2. Déterminer l'affixe du point B' image de B par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

Et celle de A' image de A par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

3. Calculer l'affixe du point M, milieu de $[A'B']$.

4. Vérifier que les droites (OM) et (AB) sont perpendiculaires.

TRAVAUX DIRIGES: SIMILITUDES ET NOMBRES COMPLEXES

Exercice 7

On considère le vecteur \vec{v} d'affixe $(1 + i)$, le point A d'affixe $(1 - i)$ et un point M quelconque du plan d'affixe z .

1. Construire les points I', J', A' et M' , image respectives des points I, J, A et M par la translation t de vecteur \vec{v} .
2. Déterminer l'affixe de chacun des points I', J', A' et M' et de chacun des vecteurs $\overrightarrow{I'A'}$ et $\overrightarrow{J'M'}$.
3. Donner une mesure de chacun des angles orientés $(\widehat{IA}, \widehat{IM})$ et $(\widehat{I'A'}, \widehat{I'M'})$, comparer ces angles.

Exercice 8

- 1) Donner l'écriture complexe de la similitude de centre $2-i$ d'angle $-\frac{\pi}{6}$ et de rapport -3 .
- 2) Donner les éléments caractéristiques (Centre, angle et rapport) de la similitude dont l'écriture complexe est : $z' = (-1 - i)z + 2i + 1$.

Exercice 9

Dans chacun des cas suivants, déterminer la transformation du plan qui a pour écriture complexe :

- (1) $z' = z + 3i$; (2) $z' = z - 3i$; (3) $z' = 21z$ (4) $z' = 2z + 3i$
(5) $z' = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}z$; (6) $z' = iz + 5$; (7) $z' = -iz + 1$; (8) $z' = -2iz + 3i$.

Exercice 10

On considère le point A d'affixe $(-1 - 3i)$, le point A d'affixe $(1 - i)$ et un point M quelconque du plan d'affixe z .

1. Construire les points I', J', A' et M' , image respectives des points I, J, A et M par la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
2. Déterminer l'affixe de chacun des points I', J', A' et M' et de chacun des vecteurs $\overrightarrow{I'A'}$ et $\overrightarrow{J'M'}$.
3. Donner une mesure de chacun des angles orientés $(\widehat{IA}, \widehat{IM})$ et $(\widehat{I'A'}, \widehat{I'M'})$, comparer ces angles.

Exercice 11

Quelle est la transformation F du plan dont l'écriture complexe est : $z' = z + 2 - 3i$.
Quelle est l'image par F de la droite d'équation : $y = 2x - 1$?

Exercice 12

Quelle est la transformation F du plan dont l'écriture complexe est : $z' = \frac{1}{2}(1 + i)z$.
Quelle est l'image par F de la droite d'équation : $y = x$?