



TRAVAUX DIRIGES: PRIMITIVES

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive de la fonction sur \mathbb{R}

$$a) f(x) = 3x^2 - x + 7; \quad b) f(x) = x^3 + x^2 + 3; \quad c) f(x) = (2x - 1)^3;$$

$$d) f(x) = (-2x + 3)(x - 1); \quad e) f(x) = x^4 + x^2 - 1;$$

$$f) f(x) = 5(2x + 1)^{15}; \quad g) f(x) = (x^3 - 3x^2 + 1)^3.$$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives de la fonction f sur l'intervalle K que l'on déterminera.

$$1) f(x) = \frac{1 - x^3}{x^4}; \quad 2) f(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 + 4}{x^2}; \quad 3) f(x) = \frac{1}{(x - 1)^2};$$

$$4) f(x) = x^3 - x^2 + \frac{1}{x^2} - 2; \quad 5) f(x) = \frac{1}{(2x + 1)^2}.$$

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives de la fonction f sur l'intervalle K que l'on déterminera.

$$1) f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x}}; \quad 2) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}; \quad 3) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}; \quad 4) f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x+1}}.$$

Exercice 4

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives de la fonction f sur l'intervalle K

$$1) f(x) = \sin x \cos^3 x \quad K = \mathbb{R}$$

$$2) f(x) = \sin^3 x \cos x \quad K = \mathbb{R}$$

$$3) f(x) = \sin 2x \cos^2 2x \quad K = \mathbb{R}$$

$$4) f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}} \quad K = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$$

Exercice 5

Dans chacun des cas suivants, déterminer pour la fonction définie ci-dessous, la primitive sur l'intervalle K qui prend la valeur y_0 en x_0 .

$$1) f(x) = (x - 1)^4 \quad x_0 = 2; y_0 = 0; K = [0; +\infty[$$

$$2) f(x) = \frac{1}{(1 - x)^3} \quad x_0 = 0; y_0 = 0; K =]-\infty; 1[$$

Exercice 6

Dans chacun des cas suivants, déterminer pour la fonction définie ci-dessous, la primitive sur l'intervalle K qui prend la valeur y_0 en x_0 .

$$1) f(x) = \frac{x \sin x + \cos x}{x^2} \quad x_0 = y_0 = 1 ; K =]0 ; +\infty[$$

$$2) f(x) = \frac{\sin x - x \cos x}{x^2} \quad x_0 = y_0 = 1 ; K =]0 ; +\infty[$$

Exercice 6

f est une fonction de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{3x^2 - 6x + 5}{(x-1)^2}$

1. Déterminer deux nombre réels a et b tel que : pour tout réel x différent de 1,

$$f(x) = a + \frac{b}{(x-1)^2}$$

2. En déduire une primitive de f sur $]1 ; +\infty[$
3. Déterminer la primitive de f sur $]1 ; +\infty[$ prenant la valeur 8 en 3.

Exercice 7

1. Linéariser $\cos^4 x$.
2. Utiliser cette linéarisation pour déterminer une primitive sur \mathbb{R} de la fonction :
 $f(x) = \cos^4 x$.

Exercice 8

1. Développer $(1 - \cos^2 x)^2$
2. En remarquant que $\sin^5 x = \sin^4 x \sin x$, déterminer une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $f(x) = \sin^5 x$
3. Utiliser une méthode analogue pour déterminer une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $f(x) = \cos^5 x$.