

Épreuve de Mathématiques

L'épreuve est sur deux pages, dont deux grandes parties, toutes obligatoires.

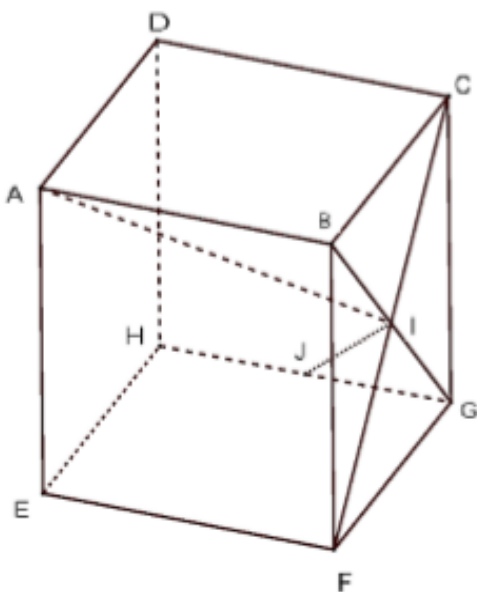
PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5 PTS)

Exercice 1 : 06 points

1. (a) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant : $(S) \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 3x - 2y - 7z = 0 \\ 6x - 5y - 11z = 0. \end{cases}$ **1,5pt**
- (b) Hamadou, sa femme et leur enfant ont au total 100 ans. Dans n années, Hamadou aura la somme des âges de sa femme et de son enfant. Il y'a n années, la femme avait le quadruple de l'âge de l'enfant et Hamadou était 6 fois plus âgé que son enfant.
Déterminer les âges actuels de Hamadou, sa femme et de leur enfant. **1,5pt**
2. (a) Vérifier que $\sqrt{12 + 8\sqrt{2}} = 2 + 2\sqrt{2}$. **0,25pt**
- (b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$. **0,75pt**
- (c) Déduire dans \mathbb{R} les solutions de l'inéquation $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} > 0$. **0,5pt**
- (d) Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ l'équation $(E) : 4\cos^2 x + 2(\sqrt{2} - 1)\cos x - \sqrt{2} = 0$. **1pt**
- (e) Placer les points images solutions de (E) sur le cercle trigonométrique . **0,5pt**
- (f) Déduire les solutions de l'inéquation $4\cos^2 x + 2(\sqrt{2} - 1)\cos x - \sqrt{2} > 0$. **1pt**

Exercice 2 : 3,5 points

Soit le cube $ABCDEFGH$ représenté sur la figure ci-contre. I est le centre du carré $BCGF$ et J le milieu du segment $[GH]$. On se propose de déterminer la nature du triangle AIJ .



1. (a) Démontrer que $(AB) \perp (FBC)$ et déduire que $(AB) \perp (FC)$. **0,75pt**
- (b) Démontrer que $(FC) \perp (BG)$ puis déduire que $(FC) \perp (ABG)$. **0,5pt**
- (c) Déduire que $(FC) \perp (BH)$. **0,25pt**
2. (a) Sachant que $(BH) \perp (AC)$, montrer que $(BH) \perp (ACF)$. **0,5pt**
- (b) Déduire que $(AI) \perp (BH)$. **0,5pt**
3. Démontrer que le triangle AIJ est un triangle rectangle en I . **1pt**

Exercice 3 : 6 points

Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 3\text{cm}$; $J = \text{bar}\{(A, 1); (B, -2)\}$ et $I_m = \text{bar}\{(A, 1 + m); (B, 1 - m^2)\}$

1. Construire le point J . 0,5pt
2. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles I_m existe. 0,75pt
3. On suppose que $m \neq -1$ et $m \neq 2$.
 - (a) Déterminer m pour que I_m soit le milieu du segment $[AB]$. 0,5pt
 - (b) Déterminer m pour que I_m appartienne au segment $[AB]$. 0,5pt
 - (c) Déterminer m pour que I_m n'appartienne pas au segment $[AB]$. 0,5pt
4. Soit $K = \text{bar}\{(A, 1); (B, 2)\}$
 - (a) Montrer que pour tout point M , $\vec{MA} + 2\vec{MB} = 3\vec{MK}$ et $\vec{MA} - 2\vec{MB} = -\vec{MJ}$. 1pt
 - (b) En déduire que $MA^2 - 4MB^2 = -3\vec{MK} \cdot \vec{MJ}$ 0,5pt
 - (c) On pose G le milieu de $[KJ]$, montrer que $MA^2 - 4MB^2 = -3MG^2 + 12$. 0,75pt
 - (d) Déterminer puis construire l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 - 4MB^2 = -63$. 1pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (04,5 PTS)

Dans le plan d'aménagement du Canton Mokong, Il est prévu dans une zone spécifique la construction trois maisons A , B et C non alignées dont un commissariat, une gendarmerie et un magasin de stockage de coton. Il est aussi prévu des bouches d'eau à incendie, la première E et la seconde F , aux environs. La société de distribution d'eau **CAMWATER** doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principal en un point M , tel que $\vec{ME} = \vec{MA} + \vec{MB}$ et $\vec{MF} = \vec{MA} - \vec{MB}$. Le protocole de la société **CAMWATER** exige que la source centrale soit d'abord construite avant la construction des bouches d'eau. Les ingénieurs ont trois options :

- **Option 1 :** " la norme de $\vec{MA} + \vec{MB}$ est égale à 6000m ".
- **Option 2 :** "la norme de $\vec{MA} + \vec{MB}$ est égale à la norme de $\vec{MA} - \vec{MB}$ ".
- **Option 3 :** " $\frac{\vec{MA}}{\vec{MB}} = 1$ et $\frac{\vec{MA}}{\vec{MC}} = 1$ ".

- Tache 1 :** Déterminer une position possible de la première bouche d'eau pour l'option 1. 1,5pt
- Tache 2 :** Déterminer une position possible de la deuxième bouche d'eau pour l'option 2. 1,5pt
- Tache 3 :** Déterminer une position possible pour la source principale pour l'option 3. 1,5pt