

EVALUATION CONTINU N°3

Evaluation des ressources 14.5pts

Exercice 1 : 5pts

1. a. Démontrer que $\sin 16x = 16 \cos x \sin x \cos 2x \cos 4x \cos 8x$ **0.5pt**
- b. Déduire que $\cos \frac{\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{16}$ **0.5pt**
2. a. Démontrer que pour tout réel α , $\cos^2 \alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ **0.5pt**
- b. Déterminer les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{4}$ et $\sin \frac{7\pi}{4}$ (On rappelle que $\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$) **0.5pt**
- c. Déduire que $\cos \frac{7\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $\sin \frac{7\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ **0.5pt**
- d. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $\sqrt{2-\sqrt{2}} \cos 3x + \sqrt{2+\sqrt{2}} \sin 3x = -\sqrt{3}$ **0.75pt**
3. a. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$ **0.5pt**
- b. En déduire les solutions dans $[0, 2\pi]$ de l'équation $-2 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x - 1 = 0$ **0.75pt**
- c. Placer les points images des solutions sur le cercle trigonométrique. **0.5pt**

Exercice 2 : 5pts

- I. Soit h la fonction définie pour tout réel $x \neq 2$ par $h(x) = \frac{x^2-3x+2}{x(x-1)}$ (C_h) désigne sa courbe représentative dans un repère du plan.
 Calculer les limites de h aux bornes de son ensemble définition. **1.5pt**
- II. Calculer chacune des limites suivantes :
 1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} \right)$
 2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - x + 1} + x$
 3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-2x-1}{2x-2}$ **(0.5×3pt)**
- III. Soit f et g les fonctions définies respectivement par $f(x) = \frac{2}{x}$ et $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ (C_f) et (C_g) désignent leurs courbes respectives dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.
 1. Montrer que f est impaire, déduire un élément de symétrie pour (C_f) **0.25pt**
 2. Construire (C_f) dans l'intervalle $[-4, 4]$ **0.5pt**
 3. a. Trouver deux réels a et b tels que pour tout $x \neq 1$, $g(x) = a + \frac{b}{x-1}$ **0.5pt**
 - b. Déduire que (C_g) est l'image de (C_f) par une transformation plane que l'on caractérisera. **0.25pt**
 - c. Construire (C_g) dans l'intervalle $[-4, 4]$ et dans le même repère que (C_f) **0.5pt**

Exercice 3 : 4.5pts

- I. L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle isocèle tel que $AB = AC = 5$ et $BC = 6$.
 1. Utiliser le théorème de AL KASHI pour calculer $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. **0.5pt**
 2. En déduire la valeur de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ **0.5pt**
 3. Soit G le barycentre du système $(A, 2); (B, 1)$ et $(C, 1)$. ϕ est l'application du plan qui à tout point M associe le réel $\phi(M) = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} + MC^2$
 - a. Calculer $\phi(A)$ **0.5pt**
 - b. Montrer que pour tout point M du plan, $\phi(M) = 4\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MG}$ **1pt**

- c. Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MG} = MI^2 - \frac{GC^2}{2}$ où I est le milieu du segment $[GC]$. 1pt
- d. Montrer que $GC = 2$ 0.5pt
- e. Déduire l'ensemble des points M du plan tels que $\phi(M) = 8$ 0.5pt

EVALUATION DES COMPETENCES

6pts

BOUBA dispose de deux terrains T_1 et T_2 .

Le terrain T_1 a la forme d'un carré dont les sommets sont les solutions dans $[\pi, \pi]$ de l'équation $2 \cos^2 x - 1 = 0$. Il souhaite défricher son terrain et le mètre-carré de défrichage est estimé à 1500frs.

Le terrain T_2 est de forme rectangulaire de superficie $360m^2$ et tel que si on augmente la longueur et la largeur de ce terrain de $6m$ chacun, sa superficie devient alors $630m^2$. Il souhaite entourer ce champ avec du fil barbelé dont n mètres coûte 7650frs où n est solution de l'équation $4 + \sqrt{n-2} = n$.

Par ailleurs la femme de **BOUBA** fait toujours le marché dans la même boutique et aux mêmes prix :

Lundi : elle a acheté 3kg de poissons, 2kg de viande et 1kg de riz à 10 000 frs.

Mercredi : elle débourse 10 000 frs pour 1kg de poissons, 3kg de viande et 2kg de riz.

Jeudi : elle achète 4kg de poissons, 2kg de viande et 3kg de riz à 12 500 frs.

1. Donner une estimation du coût de défrichage pour le terrain T_1 . 2pts
2. Combien faudra-il à **BOUBA** pour clôturer entièrement le terrain T_2 ? 2pts
3. Quelle somme d'argent devra déboursier la femme de **BOUBA** pour se procurer 3kg de poissons, 1kg de viande et 1,5kg de riz ? 2pts