	LYCEE BILINGUE DE BUEA Learn to serve - Apprendre pour servir Examinateur : M. Mani				
Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Contrôle N°2	Mathématiques	04	3h	PD	2020/2021

Partie Evaluation Des Ressources : $15,5pts$

Exercice 1 : 5pts

Soit ABC un triangle, I le milieu de [AB], J le point tel que $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et K le point tel que: $\overrightarrow{AK} - 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.
On note par G le barycentre du système {(A ;2), (B ;2), (C ;4)}.

1) Faire une figure $[1,5pt]$
2) Ecrire I, J et K comme barycentre de points à déterminer. $[1pt]$
3) a) Montrer que G peut s'écrire comme barycentre des points A et J affecté des coefficients que l'on déterminera. $[0,5pt]$
   b) En déduire que les points A, G et J sont alignés. $[0,5pt]$
4) Montrer que les droites (AJ), (BK) et (CI) sont concourantes. $[1,5pt]$

Exercice 2 : 4 pts

L'unité de longueur est le centimètre, soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$ et $AC = 3$. Soit D le barycentre du système {(A ;-1), (B ;1), (C ;1)}.

1) Donner une expression de $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. $[0,5pt]$
2) Construire D et donner la nature du quadrilatère ABDC. $[1pt]$
3) Réduire l'expression $-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. $[0.5pt]$
4) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (Γ) : $\left(-\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{MA} = 0$. $[1pt]$
5) Montrer que $C \in (\Gamma)$ et construire (Γ). $[1pt]$

Exercice 3 : 6,5pts

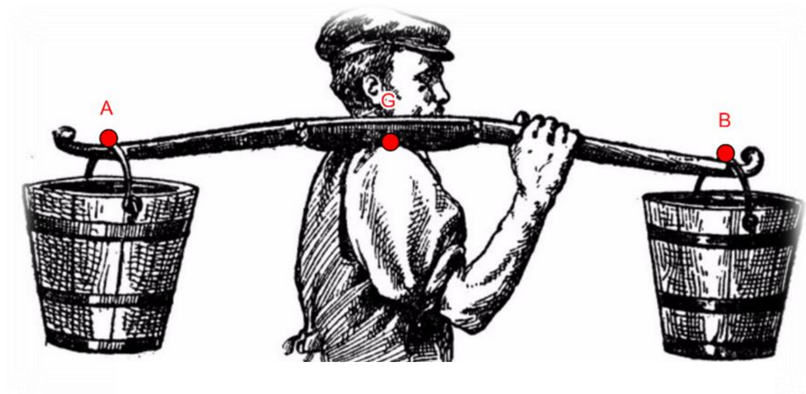
1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ à l'aide du PIVOT DE GAUSS le système suivant $\begin{cases} x - 5y - 7z = 3 \\ 5x + 3y + z = 3 \\ 3x + y - 2z = -1 \end{cases}$ $[1pt]$

2) a) Sachant que $\frac{5\pi}{6} = 2 \times \frac{5\pi}{12}$, démontrer que $cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et en déduire $sin\frac{5\pi}{12}$. $[1,5pt]$
   b) Vérifier que $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 = 16$. $[0.25pt]$
   c) Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation : $(\sqrt{6}+\sqrt{2})cosx + (\sqrt{6}-\sqrt{2})sinx = 2\sqrt{3}$. $[1,5pt]$

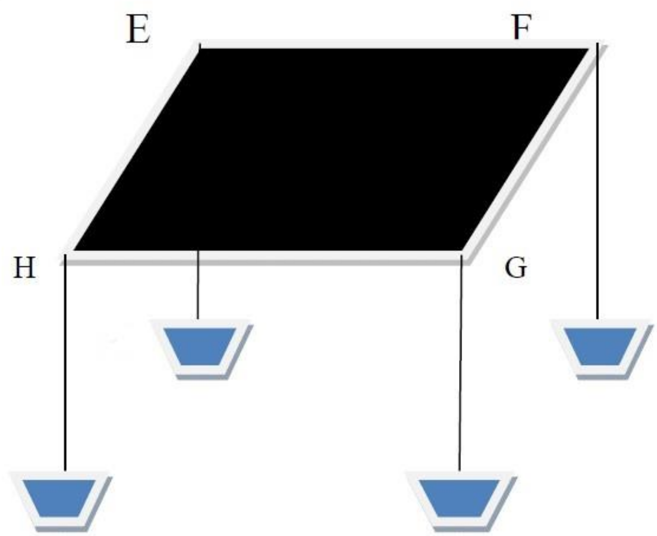
3) a) Vérifier que $(1+\sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$. $[0.25pt]$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + \left(1-\sqrt{3}\right)x - \sqrt{3} = 0$. $[0.5pt]$
   c) En déduire une résolution dans $[0;2\pi]$ de l'équation : $tanx^2 + \left(1-\sqrt{3}\right)tanx - \sqrt{3} = 0$. $[1pt]$
   d) Représenter l'image des solutions sur le cercle trigonométrique. $[0.5pt]$

Partie Evaluation des Compétences : $4,5pts$

Déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à la notion de barycentre pour déterminer le point d'équilibre d'un système.



Kevin et son grand père s'en vont à la rivière puiser de l'eau pour la cuisson. Le grand-père se trouvant assez vieux et en manque de force décide de prendre deux récipients qu'il remplira l'un de 3L d'eau et l'autre de 4L d'eau. Et il fabrique une palanche à l'aide d'un morceau de bois et accroche les récipients de 3L et 4L respectivement en A et B tel que AB=1,4m.



Kevin quant à lui s'estime assez jeune et fort pour transporter 4 récipients à la fois. Il remplit deux d'entre eux (E et H) de 2L chacun, puis les récipients F et G sont remplis de 1L et 3L respectivement. Puis il fabrique un système ingénieux représenté par un rectangle EFGH tel que EF=1,2m et EH=0,4m, qu'il posera ensuite sur sa tête. Il réussit à parcourir les cent premiers mètre en gardant le système parfaitement en équilibre.
Mais malheureusement juste après, le récipient E se détache du système et se vide au sol. Kevin devra ajuster la position de sa tête pour pouvoir maintenir les récipients restants en équilibre jusqu'à la maison.

<u>Tâche 1</u> : Déterminer la position du point d'appui de l'épaule du grand-père de Kevin pour maintenir le système qu'il a fabriqué en parfait équilibre.
<u>Tâche 2</u> : Déterminer la position de la tête de Kevin sur son système durant les cent premiers mètres.
<u>Tâche 3</u> : Déterminer la position de la tête de Kevin sur son système après les cent premiers mètres.