

DEUXIEME EVALUATION DE MATHEMATIQUES POUR LE PREMIER TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE I : (5pts)

I- On considère l'expression $P(z) = z^3 + (2 + 2i)z^2 - 2z + 8 - 4i$.

- 1) Démontrer que P admet une racine imaginaire pure. (1pt)
- 2) Déterminer les réels a, b et c tels que $P(z) = (z + 2i)(az^2 + bz + c)$. (1pt)
- 3) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$, et placer les points associés à ses solutions dans un plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(o; \vec{u}; \vec{v})$ (1,5pts)

II- Recopier et compléter le tableau suivant : (6 x 0,25pt)

Forme algébrique	$2i$		
Forme trigonométrique		$2[\cos(-0,25\pi) + i\sin(-0,25\pi)]$	
Forme exponentielle			$4e^{i\frac{7\pi}{12}}$

EXERCICE II : (4pts)

- 1) Les questions de cet exercice sont indépendantes. Pour chaque question, une affirmation est proposée ; dire si chacune d'elle est VRAIE ou FAUSSE en justifiant votre réponse. (4x1pt)

Dans les questions une et deux, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o; \vec{u}; \vec{v})$ et on considère les points $A(2 + 2i); B(-\sqrt{3} + i); C(1 + i\sqrt{3}); D(-1 + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ et $E(-1 + 2i + \sqrt{3}i)$.

- **AFFIRMATION 1** : Les points A, B et C sont alignés.
- **AFFIRMATION 2** : Les points B, C et D appartiennent au même cercle de centre E .
- **AFFIRMATION 3** : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie l'égalité $|z - i| = |z + 1|$ est une droite.
- **AFFIRMATION 4** : $\frac{iz}{z-2}$ est un imaginaire pur si et seulement si z est un réel.

EXERCICE III : (6pts)

- 1) Calculer la limite de chacune des fonctions suivantes : (3x0,5pt)

(i) $g(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1} + 2x$ en $-\infty$

(ii) $h(x) = \frac{2\cos 2x}{x - \frac{\pi}{4}}$ en $\frac{\pi}{4}$

(iii) $t(x) = \frac{x+2}{2-\cos x}$ en $+\infty$

- 2) On considère la fonction f défini par $f(x) = x^3 - 3x + 1$.
 - a) Etudier les variations de f et construire son tableau de variations sur $[-1; +\infty[$. (1pt)
 - b) Démontrer qu'il existe deux réels a et b ($a < b$), appartenant à $[-1; +\infty[$ tels que, $f(a) = 0$ et $f(b) = 0$. (1pt)
 - c) Donner un encadrement de a par deux nombres décimaux consécutifs ayant 2 chiffres après a virgule. (0,5pt)
 - d) Soit h la restriction de f sur $[1; +\infty[$, démontrer que h réalise une bijection de $[1; +\infty[$ vers un intervalle à déterminer ; puis construire le tableau de variation de h^{-1} . (1pt)

- c) Construire soigneusement la représentation graphique de f et celle de h^{-1} dans le même repère orthonormé direct $(o; \vec{i}; \vec{j})$. (1pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : (5pts)

Un artisan prépare et vend des pots de confitures à des supers marchés. Son fils, en classe de terminale D, après avoir étudié les couts de production et ceux de vente, vient aux conclusions selon lesquelles, pour nombre de pots produits compris entre 0 et 160, le prix de production est donné par la fonction $p(x) = 0,25x^2 + 500$ et celui de vente par la fonction $v(x) = 30x$; (en francs CFA). Pour augmenter sa production, une banque lui octroie un crédit de 3 000 000frs CFA pour un taux d'intérêt simple annuel de 11%.

TACHE 1

Construire dans un repère orthonormé, le graphique représentant le prix de production et le prix de vente. **NB** : On prendra 1cm pour 20 pots de confiture et 1cm pour 1000 frs CFA. (1,5pts)

TACHE 2

Déterminer le nombre de pots de confiture à partir duquel l'artisan fera des bénéfices. (1,5pt)

TACHE 3

Considérant qu'après avoir pris le prêt, il n'y associe aucun autre capital, combien de pots de confiture par mois devra vendre cet artisan pour qu'il puisse rembourser la banque en totalité. (1,5pt)

Présentation : 0,5pt