MINISTERE DES ENSEIGNEMENT SECONDAIRE — CLASSE : 1ère D
COLLEGE POLYVALENT DE L'UNITE — COEF : 4
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES — DUREE : 3h

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES

Deuxième séquence 2020-2021

*Par : **olivier SCEO***

NB : Le sujet comporte deux parties obligatoire sur **80 points** . Le correcteur tiendra compte de la clarté dans la rédaction et la cohérence dans les idées. Justifier toute vos affirmations à l'exception du **Q.C.M** que vous releviez uniquement la question et la lettre de la bonne réponse.

PARTIE A : Evaluation des ressources (60points)

Exercice 1 : (12points)

1- Q.C.M

1-1 Lorsqu'une équation du second degré du type $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$ admet deux solutions de signe contraire lorsque : **a)** $P > 0$ et $S > 0$ ou $S < 0$ **b)** $P < 0$ et $S > 0$ **c)** $P > 0$ et $S < 0$ **d)** $P < 0$ et $S < 0$ ou $S > 0$ **(3pt)**

1-2 La solution de l'inéquation $\sqrt{-2x-5} < \sqrt{x^2+x+1}$ dans $\mathbb{R}$ est : **a)** $S = \left]-\frac{5}{2}; +\infty\right[$ **b)** $S = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right[$ **c)** $S = \emptyset$ **d)** $S = \left]-\infty; -\frac{5}{2}\right]$ **(3pt)**

2- On considère le polynôme $q(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 8$ admettant trois racines **(03) a, b, c.** Sans calculer ces racines, déterminer la valeur de :

$$a + b + c \quad ; \quad abc \quad ; \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$ **(6pts)**

Exercice 2: (12points)

Soit **ABCD** un quadrilatère, **I** le milieu de **[AC]**, **J** le milieu de **[BD]**. Soit **K** le point défini par $\overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{KB}$ et **L** celui défini par $\overrightarrow{LC} = -2\overrightarrow{LD}$. **M** le milieu de **[LK]**. Le but du problème est de montrer que **M, I** et **J** sont alignés et de donner la position de **M** sur la droite **(IJ)**.

1- Faire une figure **(4pt)**

2- Justifier l'existence du barycentre **G** de **{(A, 1) ;(B, 2) ;(C, 1) ;(D, 2)}**. En associant les positions de différentes façons, montrer que **G** appartient aux droites **(KL)** et **(IJ).** **(4pt)**

3- Montrer que **G** et **M** sont confondus, que **M** est aligné avec **I** et **J** puis donner la position de **M** sur **(IJ).** **(4pt)**

Exercice 3: (18points)

I.1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $\begin{cases} x - y + z = -2 \\ 2x + y + \frac{1}{2}z = \frac{7}{2} \\ x + y + z = 6 \end{cases}$ **(6pts)**

2) Déterminer les réels **a, b** et **c** pour que la parabole $(\mathcal{P})$ d'équation $f(x) = ax^2 + bx + c$ dans un repère orthonormé passe par les points $A(-1, -2)$; $B(2, 7)$ et **C (1, 6)** sachant que si un $M(y, z)$ appartient à $(\mathcal{P})$ alors $f(y) = z$. **(4pt)**

II.1) Calculer $(2 + \sqrt{3})^2$ **(2pt)**

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2 + (2-\sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ **(3pt)**

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-2x^2 + (2-\sqrt{3})x + \sqrt{3} > 0$ **(3pt)**

Exercice : 4 (18points)

On considère le polynôme Q défini par : $Q(x) = 2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2$

1) Vérifier que $\mathbf{0}$ n'est pas racine de Q **(2pt)**
2) Déduction des solutions d'un polynôme pas une suite de démonstration
   2-1) Monter que si x_0 est racine de Q alors $\frac{1}{x_0}$ est aussi racine de Q **(3pt)**
   2-2) Calculer $Q(2)$ et $Q(-2-\sqrt{5})$ puis ressoude dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$ **(5pts)**
3) On pose $X = x + \frac{1}{x}$
   3-1) Montrer que l'équation $Q(x) = 0$ est équivalente à l'équation $2X^2 + 3X - 20 = 0$ **(3pt)**
   3-2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$ **(2pt)**
   3-3) Etudier le signe de $Q(x)$ puis déduire les solutions de l'inéquation $Q(x) < 0$ **(3pt)**

PARTIE B : Evaluation des Compétences **(18points)**

Compétence visée : Utilisation des lignes de niveau pour la localisation d'un lieu

Dans le plan d'aménagement d'un quartier dan la ville de **MBOUDA**, trois maisons d'habitation **A**, **B** et **C** non alignées sont prévus à une zone spécifique. **A** et **B** sont distantes de **20m**, **B** et **C** de **10m** ,**A** et **C** de **15m**. Il est prévu des bouches d'eau à incendie, la première **E** et la seconde **F** aux environs. La société de distribution d'eau **CAMWATER** doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principalement un point M, tel que $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}$.Le protocole de la société **CAMWATER** exige que la source principale soit d'abord construite avant la construction des bouches d'eau. L'échelle de travail est de **0,25cm** pour **1m**. Les Ingénieur physiciens ont trois options, et l'on vous demande de construire trois maquettes différentes du projet.

Option 1 : $MA^2 - MB^2 = 40$ *Option 2 :* $\| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} \| = \| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \|$

Option 3 : $MA = \sqrt{2}MB$

Tache1 : Aide les ingénieurs à réaliser une maquette d'une position possible de la première bouche d'eau pour **l'option 1.** **(6pts)**

Tache2 : Aide les ingénieurs à réaliser une maquette d'une position possible de la deuxième bouche d'eau pour **l'option 2**. **(6pts)**

Tache3 : Aide les ingénieurs à réaliser une maquette dune position possible pour la source souterraine principale pour **l'option 3**. **(6pts)**

PRESENTATION : (2pts)

« Les mathématiques sont les squelette du monde, la physique en est la chair. » Cédric VILLANI (Mathématicien)