

MINESEC-DRESLT	Evaluation 2 du TRIMESTRE I	Dec 2020/2021
LBFS	COEF 4	Durée : 02H00
Classe : TERMINALE D	Evaluation de MATHÉMATIQUES	Examineur : M.TIA

L'épreuve comporte deux parties indépendantes et obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES **15,5 points**

EXERCICE 1 : **5pts**

Pour chacune des questions suivantes, l'élève choisira la lettre de la bonne réponse dans un tableau. **1pt/ bonne**

réponse

On donne $Z_A = 2 - i$, $Z_B = 2i$, $Z_C = 3 - 4i$.

- L'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme est :
a) $1 - i$; b) $-5 + 7i$; c) $5 - 4i$.
- L'affixe de l'image B' de B par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} est :
a) $1 - i$; b) $1 - 5i$; c) -1 .
- L'affixe de l'image A' de A par la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ est :
a) -3 ; b) 3 ; c) $3 + 4i$.
- L'affixe de l'image C_1 de C par l'homothétie de centre B et de rapport -2 est :
a) $6 + 10i$; b) $-6 + 10i$; c) $-6 + 14i$.
- L'affixe C_2 de l'image de C par la symétrie par rapport à l'origine O du repère est :
a) $-3 - 4i$; b) $-3 + 4i$; c) $3 + 4i$.

EXERCICE 2 : **6,5pts**

On considère l'équation complexe $(E) : z^3 - 13z^2 + 59z - 87 = 0$ où z est un nombre complexe.

- (a) Déterminer la solution réelle a de (E) . **1pt**
(b) Écrire (E) sous la forme $(z - a)(z^2 + bz + c) = 0$ puis résoudre (E) dans \mathbb{C} . **1pt**
- On pose $a = 3$, $b = 5 - 2i$, $c = 5 + 2i$. Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$; on considère les points A , B et C d'affixes respectives a , b et c . Soit M le point d'affixe z distinct de A et B .
(a) Écrire $\frac{b-a}{c-a}$ sous forme algébrique; en déduire la nature du triangle ABC . **1pt**
(b) On pose $Z = \frac{z-3}{z-5+2i}$.
i. Donner une interprétation géométrique de $\arg(Z)$. **0,5pt**
ii. En déduire l'ensemble des points $M(Z)$ tels que Z soit un nombre réel non nul. **0,5pt**
- Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC et I le point d'affixe $2 - i$.

- (a) Donner les éléments caractéristiques de (C) . **0,5pt**
- (b) Donner l'écriture de la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$. **0,5pt**
- (c) Déterminer et construire l'image (C') de (C) par r puis construire (C'') . **1,5pt**

EXERCICE 3 : **4pts**

On considère la suite numérique $(u_n)_n$ définie par
$$\begin{cases} u_0 = \frac{9}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{9}{u_n}) \end{cases} .$$

1. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n > 0$. **0,75pt**
2. Montrer que $u_{n+1} - 3 = \frac{1}{2u_n}(u_n - 3)^2$. **0,5pt**
3. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n > 3$.
4. (a) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est strictement décroissante. **0,5pt**
 (b) En déduire que la suite $(u_n)_n$ converge. **0,25pt**
5. (a) Montrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{2}(u_n - 3)$.
 (b) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $u_n - 3 \leq 3(\frac{1}{2})^n$. **0,75pt**
 (c) En déduire la limite de la suite $(u_n)_n$. **0,25pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES **4,5 points**

M. TIA, Professeur de mathématiques organise la fête de son anniversaire dans un hôtel dont l'emplacement est représenté par le point $A(1;0)$. Il communique au P.C.O de sa fête, prof de maths, sous forme codée les informations suivantes :

1. Les axes menant à la salle de reception sont représenter par l'ensemble des nombres complexes M d'affixes M d'affixe z tel que $2z - z^2 - 1 \in \mathbb{R}$.
2. L'allentour de la salle de fête sera éclairée par une tour de lumière à longue portée centrée à l'ensemble des points M d'affixe z , de partie imaginaire non nulle tels que $z - \frac{9}{z} \in \mathbb{R}$.
3. la sécurité sera postée à chaque point M d'affixe z solution de l'équation $(z + 1 - i)P(z) = 0$ où $P(z) = z^3 + (5 - 2i)z^2 + (4 - 22i)z + 20 - 60i = 0$ admettant comme une des racines -5 .

Tâches

1. Déterminer les équations des axes menant à la salle de fête et compléter les sur un plan complexe $(O; \vec{u}; \vec{v})$. **1,5pt**
2. Déterminer l'emplacement de la tour de lumière ainsi que la circonférence éclairée par celle ci et représenter là sur le plan complexe. **1,5pt**
3. Déterminer la position exacte de chacun des agents de sécurité et placer les sur le plan complexe. **1,5pt**