REGION DE L'EXTRÊME – NORD		DELEGATION DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
EXAMENS BLANCS DU PREMIER TRIMESTRE-SESSION DECEMBRE 2020		
Examen : BACCALAUREAT		Série : C
Epreuve : MATHEMATIQUESS	Durée : 4H	Coefficient : 07

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/ 14.75 points

EXERCICE 1 : 4.75 points

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$. On considère la transformation f du plan qui à tout point M d'affixe z non nulle associe le point M'd'affixe $z' = \frac{1}{z}$

1) Déterminer l'ensemble des points fixes de f. **0.5pt**
2) Démontrer que pour tout point M distinct de O, les points O, M et M'sont alignés et que $OM\ .\ OM' = 1$. **1pt**
3) a) Montrer que les points A, B et C d'affixes respectives $4, 2+2i, 2-2i$ appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$de centre le point I d'affixe 2 et de rayon 2. **0.5pt**

   b) Calculer les affixes des points A', B'et C' images par f des points A, B et C. **0.75pt**

   c) Montrer que les points A', B'et C'appartiennent à une même droite dont on donnera une équation. **0.5pt**
4) a. Montrer pour tout nombre complexe non nul z, $\left|\frac{1}{2} - z'\right| = |z'|$, si et seulement si $|z-2| = 2$**0.75pt**

b. En déduire l'image par f du cercle $(\mathcal{C})$. **0.75pt**

EXERCICE 2 : 5points

Soit l'équation (E) : $z^5 = 1$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). **0.75pt**
2) Démontrer que la somme des solutions de (E) est nulle et en déduire que : $cos\frac{2\pi}{5} + cos\frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}$.**1.25pt**
3) Démontrer que $cos\frac{2\pi}{5}$ est solution de l'équation : $4X^2 + 2X - 1 = 0$. En déduire la valeur de $cos\frac{2\pi}{5}$. **1.25pt**
4) Soit l'équation (E') : $(z-1)^5 = (z+1)^5 (z \in \mathbb{C})$.

a)Démontrer que si z_0 est solution de (E'), alors : $\left|\frac{z_0-1}{z_0+1}\right| = 1$. En déduire que les solutions de (E') sont imaginaires pures. **0.75pt**

b) Soit b un nombre réel. On pose $z = bi$. Démontrer que z est solution de (E') si et seulement si$5b^4 - 10b^2 + 1 = 0$ puis, en déduire l'ensemble des solutions de (E') **1pt**

EXERCICE 3 : 5points

Partie A

Soit la fonction $\varphi: x \mapsto -\frac{1}{2} + \frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$

1. Démontrer que $\forall\ t \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, on a $\varphi(\tan t) = -\frac{1}{2} + \frac{\sin t}{2}$ **0.5pt**
2. En déduire le signe de $\varphi(x)$ pour tout réel $x\ de\ \mathbb{R}$. **0.5pt**

Partie B

Soit la fonction $f: x \mapsto -\frac{x}{2} + 1 + \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}$. On désigne par $(\mathcal{C})$la courbe représentative de f dans le plan.

1. a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en$+\infty$ **0.75pt**

   b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. **1pt**

c) Etudier les branches infinies de $(\mathcal{C})$ et préciser la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à ses asymptotes. **1.25pt**

2. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle K que l'on précisera. **0.5pt**
3. Construire $(\mathcal{C})$. **0.5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/ 5.25points

Abdou, Manga et Alima sont trois clients d'une banque. Chacun perçoit son salaire à l'aide d'une carte magnétique récemment acquise. A la fin du mois de novembre, chacun se rend compte qu'il a oublié son code secret de sa carte.

Abdou se souvient que son code à quatre chiffres s'écrivant sous la forme x32y est un multiple de 3 et 4 strictement supérieur à 8329. De même, Manga se rappelle que son code à six chiffres s'écrivant $28m75n$ est un nombre divisible par 2 et 11 et strictement inférieur à 283755. Alima se rappelle que son code a cinq chiffres est un nombre Nstrictement inférieur à 10200 tel que le reste de la division euclidienne de N par 23 est 22 et celui de la division euclidienne de N par 17 est 5.

1) Aide Abdou à retrouver son code. **1.75pt**
2) Aide Manga à retrouver son code. **1.75pt**
3) Aide Alima à retrouver son code. **1.75pt**