

EVALUATION N°1

Epreuve de Mathématiques

Classe : Tle C Durée : 150min Coefficient : 7

La présentation de la copie, la rédaction des solutions seront prises en compte lors de la correction.

Partie A : ARITHMETIQUE ET RECURRENCE

Exercice I :

1) On divise 524 par un entier non nul b : le quotient est 15 et le reste est r .

Déterminer les valeurs possibles de b et de r . 2 Pts

2) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul n

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad 2Pts$$

3) Soit n et a deux entiers naturels non nuls.

a) On suppose que a divise $5n+31$ et a divise $3n+12$

Montrer que a divise 33 1,5Pts

b) En déduire les valeurs possibles de a

Exercice II :

1 a) Déterminer le reste dans la division euclidienne par 7 de 3^n ($n \in \mathbb{N}$) 1Pt

b) En déduire le reste dans la division euclidienne par 7 de 1998^{128} 1pt

2 a) Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation

$$13x - 84y = 7 \quad 2Pts$$

b) Montrer que si (x, y) est une solution : $\text{PDCD}(x, y)$ est 1 ou 7 0,5Pt

3.) Résoudre dans $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ système 2Pts

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ \text{PPCM}(x, y) = 105 \end{cases}$$

Partie B : NOMBRE COMPLEXES

Exercice I :

1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $-2 - 2i\sqrt{3}$ 2Pts

2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $\frac{1}{2}z^2 + i\sqrt{2}z + i\sqrt{3} = 0$ 1,5Pts

Exercice II :

Soit $P(z) = 4z^3 + (4 - 8i)z^2 + (10 - 8i)z - 20i$

1. Démontrer que ce polynôme complexe admet une racine imaginaire pure bi que l'on déterminera 1,5Pts

2. Déterminer le trinôme de second degré $Q(z)$ et que $P(z) = (z - bi)Q(z)$. 1Pt

3. Résoudre alors $P(z) = 0$ 1pt

Présentation : 1Pt

Bon travail

BISSONO NICOLAS